

Walenty OWIECZKO

# WPŁYW PARAMETRÓW DYSKRETYZACJI NA NIEPEWNOŚĆ WYNIKÓW POMIARU OBIEKTÓW OBRAZU CYFROWEGO

**STRESZCZENIE** *W artykule przedstawiono wyniki analizy niepewności pomiaru wybranych cech obiektu obrazu cyfrowego. Wyznaczono graniczne wartości parametrów dyskretyzacji przedziałowej i na ich podstawie określono zakresy niepewności. Przedstawiono funkcję gęstości rozkładu zmiennej losowej oraz wybrane estymatory niepewności pomiaru obiektów.*

**Słowa kluczowe:** *analiza obrazu, dyskretyzacja, niepewność pomiaru*

## 1. WPROWADZENIE

---

W systemach rozpoznawania i analizy obiektów oraz diagnozowania obrazowego szerokie zastosowanie znajdują algorytmy dyskretyzacji sygnału i próbkowania przestrzennego. Obrazy cyfrowe, reprezentowane skończoną liczbą elementów dyskretnych, stanowią podstawowe źródło niepewności pomiarów, związanych z wyznaczaniem cech obiektów. Wyniki analizy obiektów zależą od rozdzielczości przestrzennej obrazu, struktury siatki pikseli, kształtu i wielkości obiektu. Często mają one losowy charakter, wynikający z przypadko-

---

**dr inż. Walenty OWIECZKO**

e-mail: owiewal@pb.edu.pl

Katedra Automatyki i Elektroniki, Wydział Elektryczny  
Politechnika Białostocka

PRACE INSTYTUTU ELEKTROTECHNIKI, zeszyt 255, 2012

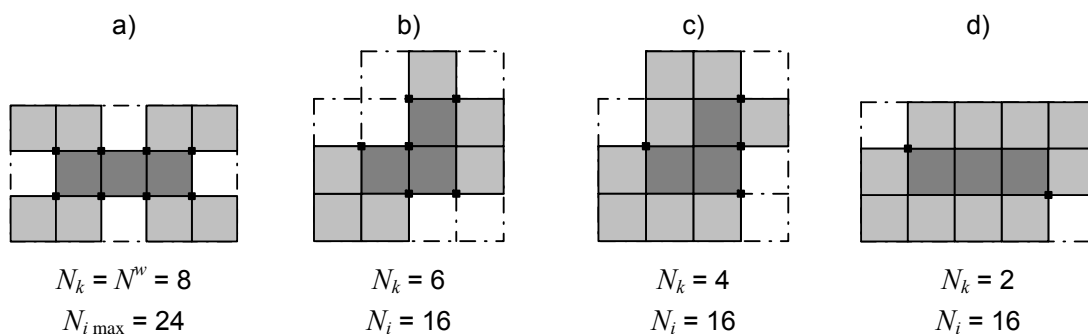
wego rozmieszczenia konturu na siatce pikseli [1]. W przypadku klasy obiektów stanowiących kilka pikseli, wyniki pomiaru mogą znacząco różnić się od ich rzeczywistej wartości.

## 2. MODEL OCENY NIEPEWNOŚCI POMIARU OBIEKTU W STRUKTURACH DYSKRETNYCH

Ocena wpływu parametrów dyskretyzacji obrazu na niepewność wyników pomiaru może być dokonana w oparciu o analizę rozkładu elementów dyskretnych  $\Delta s$  w przedziale wyznaczonym dwoma wielokątami, rozdzielonymi krokiem dyskretyzacji regularnej siatki pikseli (rys. 1) [3].

Dalsze rozważania będą dotyczyły klasy najmniejszych obiektów dyskretnych, charakteryzujących się potencjalnie największą niepewnością pomiaru.

Na rysunku 1 przedstawiono przykłady obiektów wraz z opisem wartości parametrów dyskretyzacji i odpowiadającymi im przyrostami przedziałowymi.



Rys. 1. Ilustracja przykładowych obiektów oraz przyrostu przedziałowych pikseli dla  $N^w = 8$

Procedurę oceny niepewności pomiaru w strukturach dyskretnych można sprowadzić do analizy przyrostów pikseli przedziałowych, których wartość określa zależność:

$$\Delta S_i = \left[ \frac{N^w + N_i}{2} - N_k \right] \Delta s, \quad (1)$$

gdzie:

- $N^w$  – liczba krawędzi obiektu odniesienia o powierzchni  $S^w$ ;
- $N_i$  – liczba krawędzi i-tego obiektu przedziałowego  $S_i$  ( $N^w \leq N_i \leq N_{i \max}$ );
- $N_k$  – liczba wierzchołków obiektu  $S_i$ , wspólnych z wielokątem odniesienia (na rysunku 1 wyróżnione węzły siatki,  $0 \leq N_k \leq N^w$ );
- $\Delta s$  – jednostkowy element powierzchni struktury dyskretnej.

Każdej wartości  $N_k$  w wyrażeniu (1) odpowiada skończony zbiór przyrostów jednostkowych  $\Delta s$ , którego wielkość zależy od kształtu obiektu  $S^w$  oraz liczby elementów krawędziowych  $N_i$ . W przypadku, gdy elementarne przyrosty są przypisane tylko krawędziom obiektu  $S^w$ , liczba wierzchołków  $N_k$  może zmieniać się w zakresie  $0 \leq N_k \leq N^w$ .

Wyznaczenie dla każdego  $N_k$ , granicznych wartości  $N_{i \min}$ ,  $N_{i \max}$  pozwoli dokonać oceny niepewności wyników pomiaru wszystkich obiektów opisanych liczbą  $N^w$ , niezależnie od ich wielkości i kształtu.

### 3. OCENA GRANICZNYCH WARTOŚCI PARAMETRÓW DYSKRETYZACJI

Dla każdego  $N_k$  z zakresu  $0 \leq N_k \leq 8$  graniczne wartości zmiennej  $N_i$  w wyrażeniu (1) znajdujemy na podstawie zależności:

$$N_{i \min} = N^w - N_k + 8, \quad (2)$$

$$N_{i \max} = N^w + N_k + 8. \quad (3)$$

Przy  $N^w = \text{const.}$  graniczne wartości parametrów dyskretyzacji zależą tylko od liczby  $N_k$ .

Z uwagi na fakt, że minimalna liczba elementów konturowych  $N_i$  nie może być mniejsza od  $N^w$  ( $N_{i \min} \geq N^w$ ), w przypadku, gdy  $N_k = N^w$  wyrażenia (2), (3) przyjmą postać:

$$N_{i \min} = N^w, \quad N_{i \max} = 2N^w + 8. \quad (4)$$

Na rysunku 2 przedstawiono zakresy zmian liczby elementów konturowych  $N_i$  dla każdej wartości  $N_k$  w przypadku, gdy  $N^w = 8$ ; 6.

Na podstawie powyższych wyrażeń znajdujemy wartości granicznych przyrostów przedziałowych, opisane zależnościami:

$$\Delta S_{\min} = (N^w - \frac{3N_k}{2} + 4)\Delta s, \quad \text{gdy } 0 \leq N_k \leq 8, \quad (5)$$

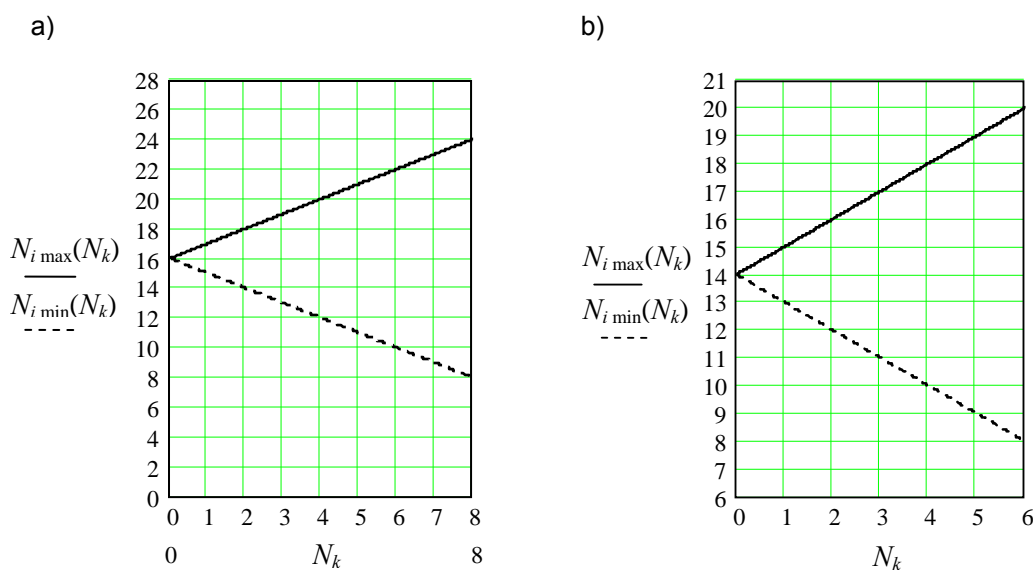
$$\Delta S_{\max} = (N^w - \frac{N_k}{2} + 4)\Delta s, \quad \text{gdy } 0 \leq N_k \leq N^w. \quad (6)$$

Z wyrażeń (1) i (4) wynika, że w szczególnym przypadku, gdy  $N_k = N^w$  wartość  $\Delta S_{\min} = 0$ , natomiast  $\Delta S_{\max}$  na podstawie (6) przyjmie postać:

$$\Delta S_{\max} = \left(\frac{N^w}{2} + 4\right)\Delta s. \quad (7)$$

Gdy  $N_k = 0$ , z powyższych wyrażeń otrzymamy:

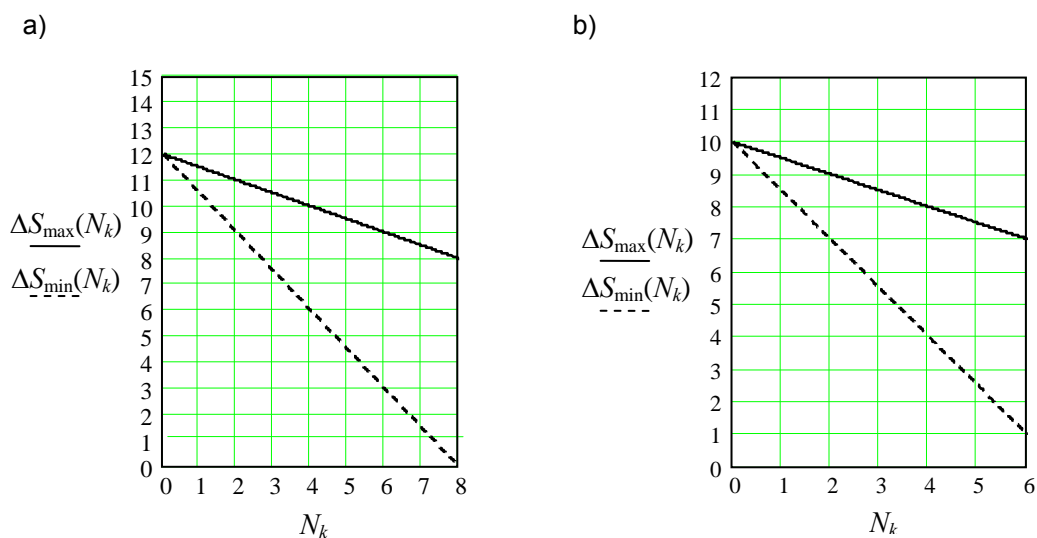
$$\Delta S_{\max} = \Delta S_{\min} = (N^w + 4)\Delta s. \quad (8)$$



**Rys. 2. Zakresy zmian wartości parametrów dyskretyzacji dla:**

a)  $N^w = 8$ ; b)  $N^w = 6$

Na rysunku 3 przedstawiono przebiegi określające zakresy niepewności w zależności od wartości  $N_k$ .



**Rys. 3. Graniczne wartości niepewności pomiaru w przypadku, gdy:**

a)  $N^w = 8$ ; b)  $N^w = 6$

Wykresy na rysunku 3 pokazują, że przy zmniejszającym się  $N_k$  szerokość przedziałów maleje. Przy  $N_k = 0$  obie granice osiągają taką samą maksymalną wartość, opisaną wyrażeniem (8), która odpowiada największej niepewności.

W tabeli 1 przedstawiono graniczne wartości parametrów dyskretyzacji dla  $N^w = 8; 6; 4$ , oraz odpowiadające im zakresy niepewności.

**TABELA 1**

Wartości parametrów dyskretyzacji oraz zakresy niepewności pomiaru

$N_k$	$N^w = 8$					$N^w = 6$				$N^w = 4$		
	0	2	4	6	8	0	2	4	6	0	2	4
$N_{i \min}$	16	14	12	10	8	14	12	10	6	12	10	4
$N_{i \max}$	16	18	20	22	24	14	16	18	20	12	14	16
$\Delta S_{\min}$	12	9	6	3	0	10	7	4	0	8	5	0
$\Delta S_{\max}$	12	11	10	9	8	10	9	8	7	8	7	6
$\Delta S$	0	2	4	6	8	0	2	4	7	0	2	6
$\Delta S_i$	12	9 10 11	6 7 8 9 10	3 4 5 6 7 8 9	0 1 2 3 4 5 6 7 8	10	7 8 9	4 5 6 7 8	0 1 2 3 4 5 6 7	8	5 6 7	0 1 2 3 4 5 6

#### 4. FUNKCJA GĘSTOŚCI PRAWDOPODOBIEŃSTWA PRZYROSTÓW PRZEDZIAŁOWYCH

Dla najczęściej spotykanych przypadków losowego usytuowania konturów obiektu na siatce pikseli można założyć, że zmienna  $\Delta S_i$  jest również losowa i ma rozkład równomierny.

Na podstawie wyrażeń (5-7), szerokość przedziału zmiennej losowej  $\Delta S_i$ , dla każdego  $N_k$  przy  $N^w = \text{const.}$ , określają zależności:

$$\Delta S = \Delta S_{\max} - \Delta S_{\min} = \begin{cases} (N_k)\Delta s, & \text{gdy } 0 \leq N_k \leq 8 \\ \left(\frac{N^w}{2} + 4\right)\Delta s & \text{gdy } N_k = N^w \end{cases} \quad (9)$$

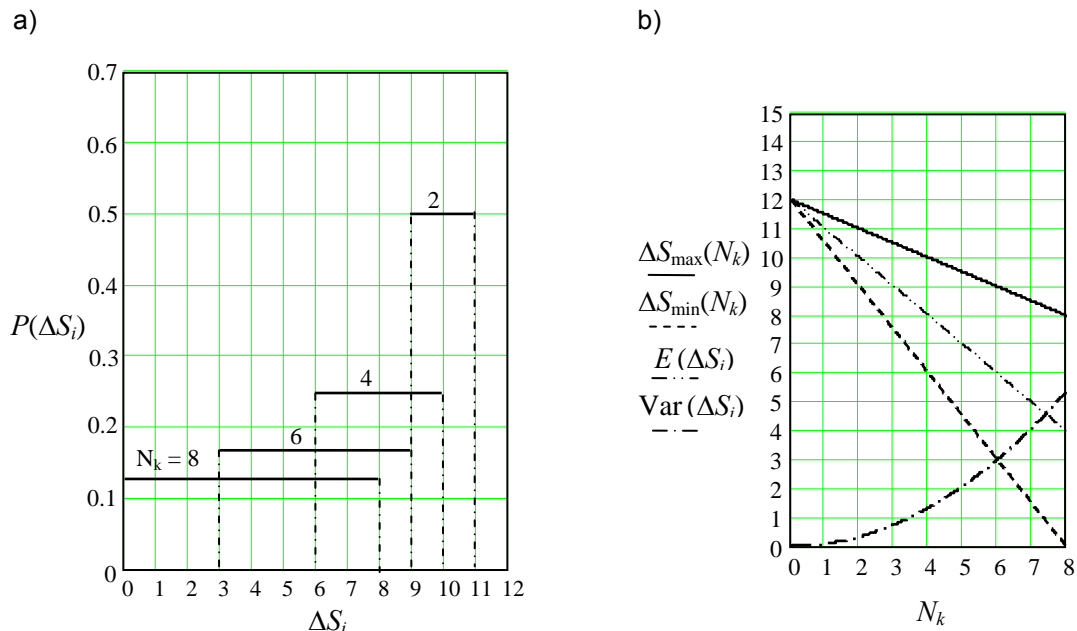
Wówczas funkcja gęstości prawdopodobieństwa przyjmie postać:

$$P(\Delta S_i) = \frac{1}{\Delta S} = \begin{cases} \frac{1}{N_k}, & \text{gdy } \Delta S_i \in (\Delta S_{\min}, \Delta S_{\max}) \quad 0 \leq N_k < 8 \\ \frac{2}{N^w + 8}, & \text{gdy } \Delta S_i \in (\Delta S_{\min}, \Delta S_{\max}) \quad N_k = N^w \\ 0, & \text{gdy } \Delta S_i \notin (\Delta S_{\min}, \Delta S_{\max}) \end{cases} \quad (10)$$

Wartość oczekiwaną oraz wariancję zmiennej  $\Delta S_i$  dla zakresu wartości  $0 < N_k \leq 8$ , określają wyrażenia:

$$E(\Delta S_i) = N^w - N_k + 4 \quad \text{Var}(\Delta S_i) = \frac{(N_k)^2}{12}. \quad (11)$$

Na rysunku 4a przedstawiono funkcje gęstości rozkładu zmiennej  $\Delta S_i$  dla czterech wartości  $N_k = 2; 4; 6; 8$  w zakresach wyznaczonych na rysunku 3.



**Rys. 4.** Funkcje gęstości rozkładu przyrostów przedziałowych  $\Delta S_i$  dla  $N^w = 8$  (a) oraz przebiegi wartości oczekiwanej i wariancji w zależności od  $N_k$  (b).

Rysunek 4b przedstawia przebiegi estymatorów niepewności w postaci wartości oczekiwanej oraz wariancji zmiennej losowej  $\Delta S_i$  w zależności od  $N_k$ .

## 4. PODSUMOWANIE

---

Ocena niepewności pomiaru obiektów obrazu cyfrowego może być dokonana w oparciu o analizę parametrów dyskretyzacji przedziałowej.

Graniczne wartości parametrów dyskretyzacji, dla zadanego obiektu, zależą tylko od liczby wspólnych elementów konturowych.

Szerokość przedziału niepewności pomiaru dla każdego obiektu, niezależnie od jego wielkości i kształtu, można wyznaczyć na podstawie granicznych wartości parametrów dyskretyzacji.

Przy zmniejszającej się wartości parametru  $N_k$ , szerokość przedziałów niepewności maleje, osiągając maksymalną wartość przy  $N_k = 0$ .

---

Pracę wykonano na Wydziale Elektrycznym Politechniki Białostockiej.

## LITERATURA

1. Wojnar L., Kurzydłowski K., Szala J.: Praktyka analizy obrazu, PTS, Kraków, 2002.
2. Pratt W.: Digital Image Processing, John Willey & Sons, New York, 1991.
3. Owieczko W.: Modele metrologicznej analizy i rozpoznawania obiektów obrazu cyfrowego, Prace Instytutu Elektrotechniki, zeszyt 237, str. 79-85, 2008.

*Rękopis dostarczono dnia 29.03.2012 r.*

## INFLUENCE OF DISCRETIZATION PARAMETERS ON THE OBJECTS OF DIGITAL IMAGE MEASUREMENT UNCERTAINTY

Walenty OWIECZKO

**ABSTRACT** *In the article results of measurement uncertainty analysis of selected features of digital image object were shown.*

*Boarder values of interval discretization parameter were determined, and on that basis uncertainty ranges were defined. Function of the random variable density distribution and selected uncertainty estimators of image objects measurement were presented.*

**Keywords:** *image analysis, discretization, measurement uncertainty*

**Dr inż. Walenty OWIECZKO** – pracuje na Wydziale Elektrycznym Politechniki Białostockiej, w Katedrze Automatyki i Elektroniki. Zajmuje się problematyką związaną z analizą obrazu.