

Mirosław DĄBROWSKI
Andrzej RUDEŃSKI

OPTIMALIZACJA STRUKTURY OBWODU MAGNETYCZNEGO SILNIKA INDUKCYJNEGO PRZY ZADANYM POLU POWIERZCHNI PRZEKROJU UZWOJEŃ W ŻŁOBKACH

STRESZCZENIE *W artykule przedstawiono zastosowanie procedur opartych na matematycznym programowaniu nieliniowym do optymalizacji szczególnej obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego dla uzyskania minimum napięć magnetycznych. Przetestowano efektywność różnych metod optymalizacji. Podano wyniki obliczeń współczynników kształtu zębów stojana i wirnika oraz średnicy wewnętrznej stojana obwodu optymalnego w funkcji indukcji w szczelinie oraz w funkcji pola powierzchni przekroju uzwojenia stojana.*

1. WPROWADZENIE

W związku ze światowym kryzysem energetycznym, zapoczątkowanym już w latach 70-tych ubiegłego wieku, i nasilającymi się działaniami proekologicznymi, został rozszerzony zakres prac badawczych nad silnikami energooszczędnymi. Silniki te charakteryzują się zwiększoną sprawnością, a maszyny

prof. dr hab. inż. Mirosław DĄBROWSKI, mgr inż. Andrzej RUDEŃSKI

Zakład Maszyn Elektrycznych
Instytut Elektrotechniki

indukcyjne – także zwiększonym współczynnikiem mocy. Powstanie i rozwój technik informatycznych oraz metod numerycznych spowodował, że do projektowania silników zaczęto stosować obiektywną matematyczną optymalizację, wykorzystując metody programowania matematycznego [4; 7; 11]. Dzięki wysiłkom wielu badaczy zostały opracowane procedury i biblioteki programów służących do rozwiązywania zagadnień optymalizacji [7; 9; 10]. W latach siedemdziesiątych ubiegłego wieku w programowaniu dominował język FORTRAN, który był szczególnie przydatny w zastosowaniu do rozwiązywania zagadnień naukowo-badawczych i technicznych. Opracowanie nowych, bardziej efektywnych systemów i nowych obiektowych języków programowania (np. systemu Delphi firmy Borland International Inc., opartego na języku Object Pascal), w zasadniczy sposób zmieniło tryb obliczeń projektowych. Systemy te zawierają bowiem m.in. biblioteki gotowych obiektów wizualnych i umożliwiają tworzenie profesjonalnych i jednocześnie przyjaznych dla użytkownika programów obliczeń, w tym także programów ukierunkowanych na optymalizację [1].

Zagadnienia spotykane przy projektowaniu optymalnych maszyn elektrycznych można podzielić na dwie grupy, tj. na: szczególne – dotyczące elementu maszyny, np. nabiegunnika maszyny synchronicznej, stojanowej i wirnikowej części obwodu magnetycznego; ogólne – dotyczące całej maszyny. Zwykle, dla przyspieszenia syntezy całej maszyny, można w algorytmie i programie utworzyć takie pętle iteracyjne, w których są realizowane optymalizacje szczególne.

W tej pracy przedstawiono zagadnienie takiego doboru wymiarów żłobków stojana i wirnika oraz średnicy szczeliny roboczej przy zadanej zewnętrznej średnicy rdzenia stojana i wewnętrznej średnicy rdzenia wirnika maszyny indukcyjnej, które dla zadanej powierzchni przeznaczanej na uzwojenia zapewnią minimum napięcia magnetycznego w ferromagnetycznych elementach obwodu magnetycznego.

2. OBIEKT EKSPERYMENTU OBLICZENIOWEGO

W tej pracy chodzi głównie o porównanie przydatności do syntezy maszyn elektrycznych różnych procedur optymalizacyjnych. Z tego względu obiekt eksperymentu obliczeniowego został wybrany tak, żeby liczba zmiennych niezależnych była mała oraz żeby algorytm obliczeń funkcji celu był mało złożony. Należy jednak podkreślić, że przy zastosowaniu programowania obiektowego nie ma to wpływu na ogólność rozważań, bowiem zarówno liczba zmiennych

niezależnych jak i algorytm obliczeń funkcji celu są wprowadzane jako parametry zewnętrzne do procedury realizującej obliczenia optymalizacyjne. Wymienione okoliczności mają jedynie wpływ na czas trwania obliczeń.

Zagadnienie doboru optymalnego kształtu żłobków wirnika dla uzyskania minimum napięcia magnetycznego było już przedmiotem badań [5; 6]. Rozważania te dotyczyły jednak przede wszystkim wirników maszyn prądu stałego o żłobkach prostokątnych. Dla takich żłobków można funkcję celu wyrazić w postaci analitycznej. Uprzednie prace uwzględniały także wpływ na charakterystykę magnesowania blachy elektrotechnicznej naprężeń mechanicznych występujących w zębach i jarzmie wirnika na skutek działania siły odśrodkowej. Uwzględnienie tego zjawiska ma duże znaczenie przy projektowaniu maszyn wysokoobrotowych. W tej pracy wpływ naprężeń mechanicznych został pominięty, ale jego uwzględnienie wymaga jedynie niewielkich modyfikacji algorytmu obliczeń funkcji celu. We wspomnianych pracach wyznaczono optymalny stosunek wysokości do szerokości żłobka wirnika, przy którym napięcie magnetyczne dla zadanej powierzchni żłobka jest minimalne. Takie ujęcie zagadnienia w projektowaniu maszyn prądu stałego, przy prostokątnych żłobkach wirnika, jest w pełni uzasadnione. Natomiast w tej pracy przy rozpatrywaniu silników indukcyjnych, charakteryzujących się różnymi kształtami żłobków, bardziej celowe jest posługiwanie się stosunkiem wysokości zęba do jego szerokości. Może on być nazwany współczynnikiem kształtu lub smukłości zęba i określony jako:

$$\chi = \frac{h_z}{b_z} \quad (1)$$

przy czym:

- h_z – wysokość zęba;
- b_z – szerokość zęba.

Jako funkcje celu, wyrażające kryteria optymalizacji, przyjęto:

- minimum sumy napięć magnetycznych na poszczególnych elementach obwodu, tj. sumy napięć magnetycznych w zębach i jarzmach;
- minimum sumy strat mocy w rdzeniu na jednostkę jego długości.

Algorytm obliczeń sumy napięć magnetycznych w elementach obwodu oraz strat mocy w rdzeniu na jednostkę jego długości został opracowany przy następujących założeniach:

- stałej amplitudy indukcji w szczelinie;

- stałego zadawanego pola powierzchni przekroju uzwojeń w żłobkach stojana i klatki wirnika;
- zadanej zewnętrznej średnicy rdzenia stojana oraz wewnętrznej średnicy rdzenia wirnika;
- stałej grubości materiału użytego na izolację żłobkową, a także przekładki między warstwami uzwojenia oraz klina.

Część pola powierzchni żłobka stojana zajęta przez izolację i klin obliczano z uwzględnieniem jego kształtu, tj. biorąc pod uwagę poszukiwany optymalny stosunek wysokości do szerokości zęba. Ponieważ w przypadku klatki wirnika pole powierzchni przekroju żłobków zmniejsza się jedynie na skutek niedokładności wykrawania blach i pakietowania rdzenia, to w obliczeniach przyjęto stały, bliski jedności współczynnik wypełnienia żłobka wirnika.

Przy takich założeniach obwód magnetyczny silnika indukcyjnego, może być reprezentowany tylko przez trzy zmienne niezależne, tj. przez:

1. Średnicę wewnętrzną stojana;
2. Szerokość zęba stojana;
3. Szerokość zęba wirnika.

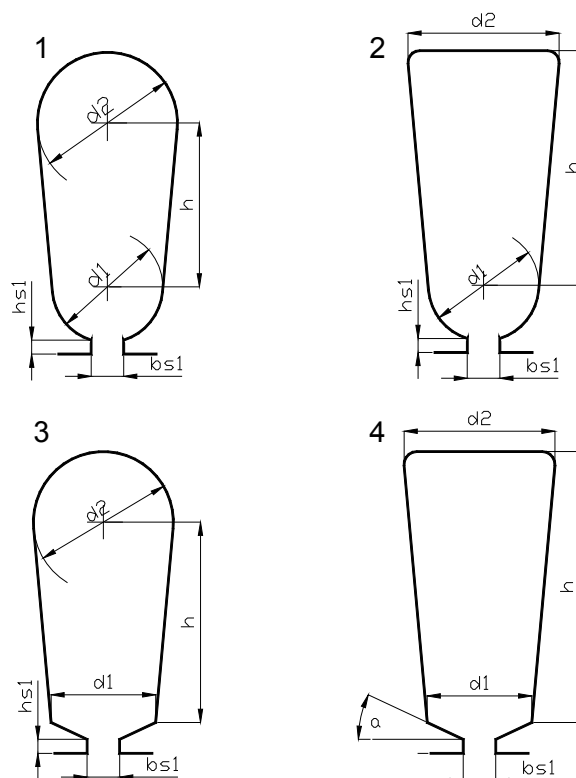
W opracowanym programie przewidziano możliwość wyboru następujących czterech rodzajów żłobków stojana przy stałej szerokości zęba – rys.1:

1. Żłobki o kolistym sklepieniu i kolistym dnie;
2. Żłobki o kolistym sklepieniu i płaskim dnie;
3. Żłobki o trapezowym sklepieniu i kolistym dnie;
4. Żłobki o trapezowym sklepieniu i płaskim dnie.

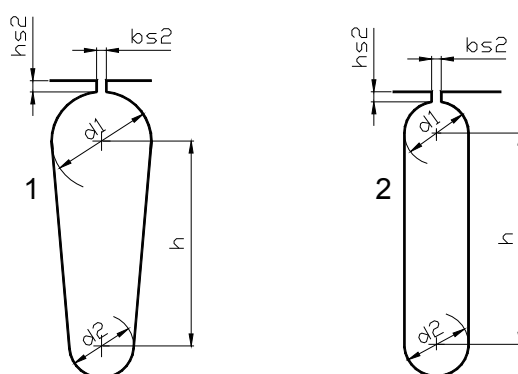
Przewidziano także możliwość wyboru dwóch rodzajów żłobków wirnika – rys.2:

1. Żłobki o kolistym sklepieniu i kolistym dnie przy stałej szerokości zęba;
2. Żłobki o kolistym sklepieniu i kolistym dnie przy stałej szerokości żłobka.

Przyjęcie przedstawionych założeń, zbioru zmiennych niezależnych oraz pierwszej z wymienionych funkcji celu, tzn. sumy napięć na elementach obwodu magnetycznego, pozwala zagadnienie optymalizacji wymiarów rozpatrywać jako zagadnienie optymalizacji funkcji wielu zmiennych w obszarze nieograniczonym. Przyjęcie ograniczeń, np. na wartości indukcji w zębach stojana oraz wirnika, nie jest konieczne, ponieważ nadmierny wzrost tych indukcji powoduje zwiększenie wartości funkcji celu. Słuszność tego założenia została potwierdzona wynikami dużej liczby przeprowadzonych obliczeń.



Rys.1. Kształty powierzchni przekroju żłobków stojana.



Rys.2. Kształty przekroju żłobków wirnika.

Natomiast w przypadku przyjęcia jako funkcji celu sumy strat w rdzeniu na jednostkę długości, nie jest to możliwe. Ponieważ pominięte zostały straty dodatkowe, wszystkie brane pod uwagę straty wydzielają się w rdzeniu stojana maszyny. Przy braku jakichkolwiek ograniczeń na wartości parametrów wirnika, przy jednoczesnym ustaleniu zewnętrznej średnicy rdzenia stojana, procedury

optymalizacyjne będą zmniejszały średnicę wewnętrzną stojana do bardzo małych wartości. Maleją bowiem wtedy indukcje, a w konsekwencji również straty. W tej sytuacji zdecydowano się na przyjęcie ograniczeń wartości indukcji w zębach i jarzmie wirnika. Zagadnienie optymalizacji w obszarze ograniczonym rozwiązano przy użyciu metody SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Techniques), znanej również pod nazwą metody funkcji barierowych lub metody funkcji kary wewnętrznej. Jej istota polega na sekwencyjnym minimalizowaniu przy malejącym współczynniku kary zmodyfikowanej funkcji celu o postaci:

$$P(X, r_k) = f(X) - r_k \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(X)} \quad (2)$$

przy czym:

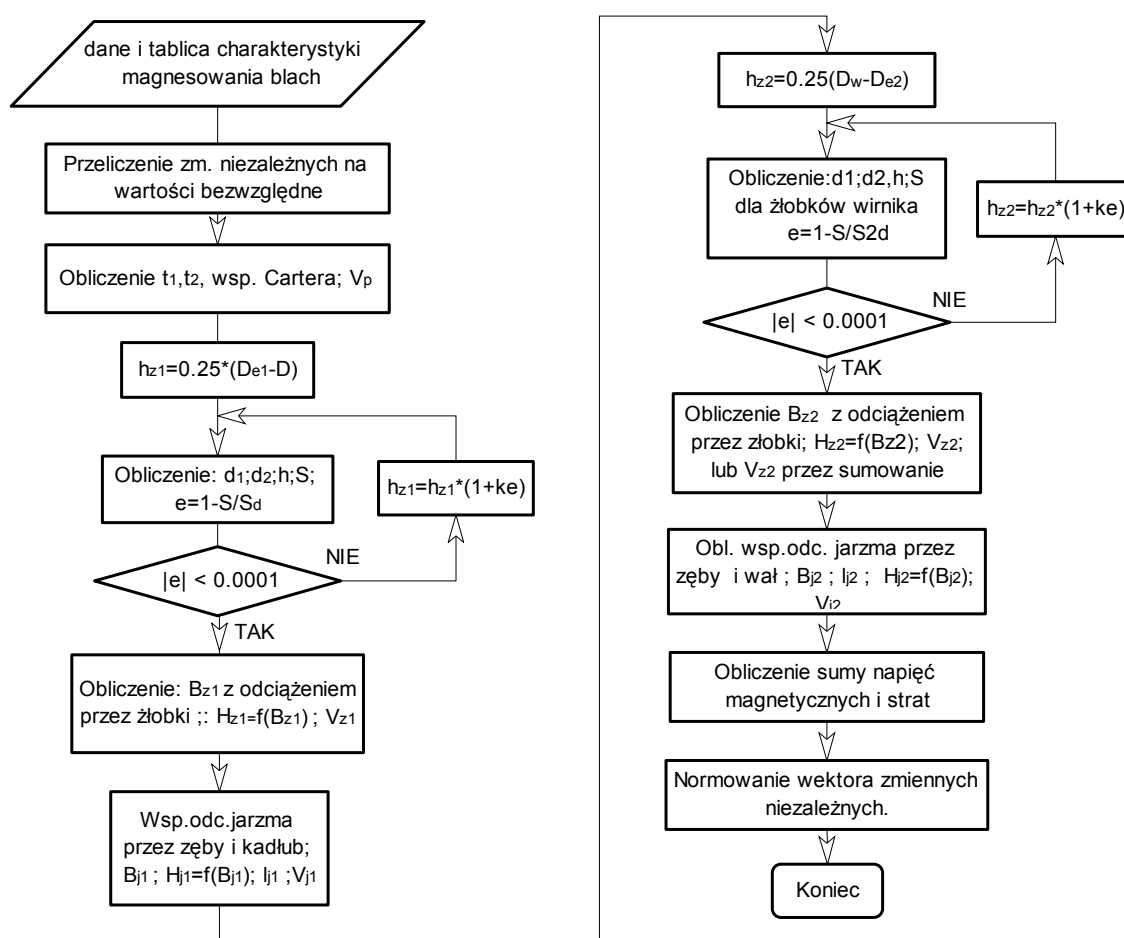
- $g_i(X) < 0$ – i -ta funkcja graniczeń;
- $f(X)$ – funkcja celu;
- $r_k > 0$ – współczynnik kary;
- m – liczba ograniczeń.

3. STRUKTURA ALGORYTMU OBLICZEŃ FUNKCJI CELU

Jako dane wejściowe do obliczeń optymalizacyjnych zostało przyjętych 12 następujących wielkości:

- D_z – średnica zewnętrzna rdzenia stojana;
- D_w – średnica wewnętrzna rdzenia wirnika;
- Z_1 – liczba żłobków stojana;
- S_{q1} – pole powierzchni przekroju uzwojenia w żłobku stojana;
- Z_2 – liczba żłobków wirnika;
- S_{q2} – pole powierzchni przekroju klatki w żłobku wirnika;
- b_{s1} – szerokość szczyrbiny żłobka stojana;
- h_{s1} – wysokość szczyrbiny żłobka stojana;
- b_{s2} – szerokość szczyrbiny żłobka wirnika;
- h_{s2} – wysokość szczyrbiny żłobka wirnika;
- B_p – maksymalna indukcja w szczelinie;
- p – liczba par biegunów.

Wprowadzenie do zbioru zmiennych niezależnych grubości szczeliny powietrznej δ między stojanem a wirnikiem jest niepotrzebne, ponieważ przy przyjętych założeniach jej wartość nie ma wpływu na poszukiwane minimum sumy napięć magnetycznych w rdzeniu, a jedynie powoduje zmniejszenie stromości przebiegu funkcji celu. Lokalizacja minimum tej funkcji przy uwzględnieniu szczeliny δ byłaby mało dokładna. Oczywiście w procedurze ogólnej optymalizacji całej maszyny szczelina jest uwzględniana.



Rys.3. Schemat blokowy algorytmu obliczeń funkcji celu.

Schemat blokowy algorytmu obliczeń jest przedstawiony na rys.3. Jest pożądane, aby podczas obliczeń optymalizacyjnych zmienne niezależne były unormowane, tj. żeby ich wartości zawierały się w przedziale $< 0; 1 >$, podczas gdy funkcję celu obliczano posługując się wartościami bezwzględnymi tych zmiennych. W związku z tym na początku obliczeń bezwzględne wartości

wszystkich zmiennych niezależnych X_i są przeliczane na wartości unormowane wg wzoru:

$$X'_i = \frac{X_i - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \quad (3)$$

Natomiast po wykonaniu obliczeń optymalizacyjnych i przed obliczaniem funkcji celu są one zamieniane na wartości bezwzględne wg zależności:

$$X_i = X_{\min} + X'_i (X_{\max} - X_{\min}) \quad (4)$$

przy czym:

- $X_{\min}, X_{\max}$ – wstępnie zadawana odpowiednio minimalna i maksymalna wartość każdej zmiennej sterującej optymalizacją;
- X'_i – unormowana wartość kolejnej zmiennej X_i .

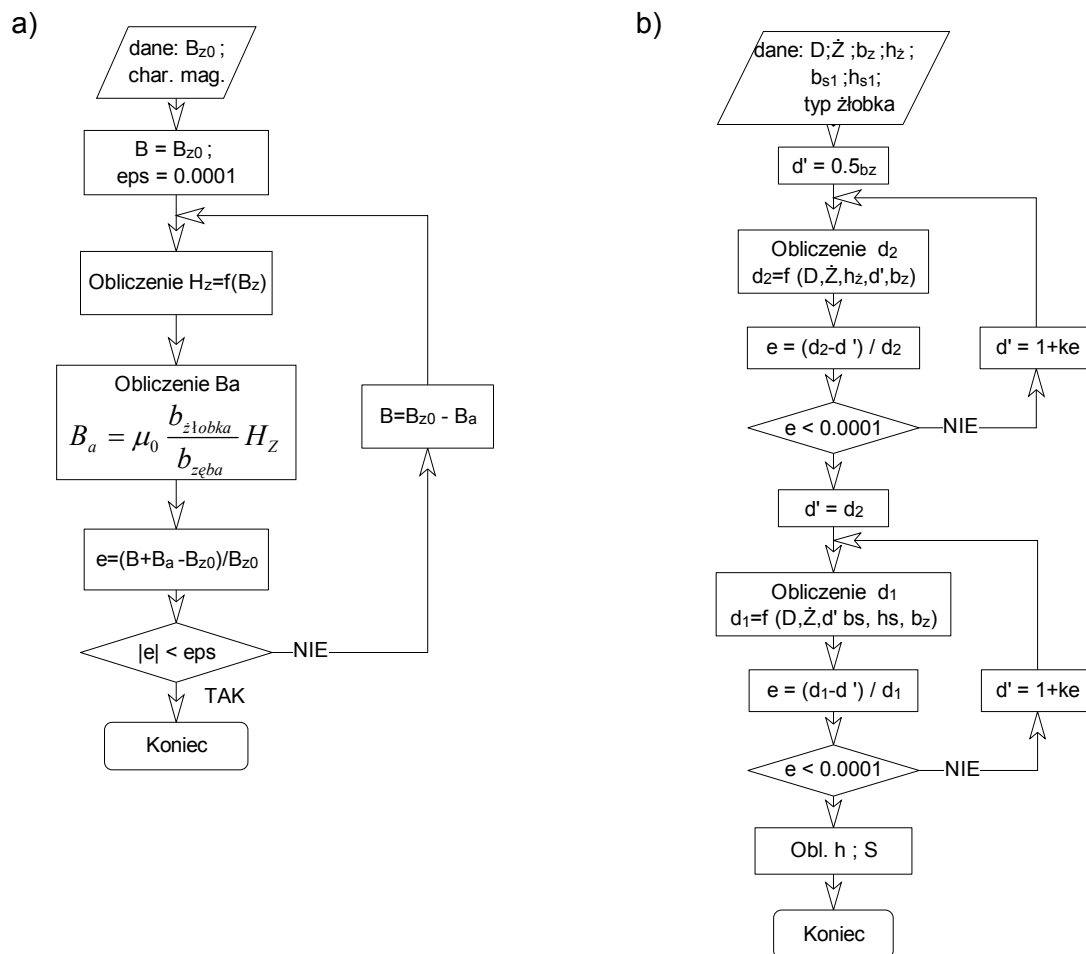
Algorytm opracowano wg następującej strategii. Po obliczeniu wielkości pomocniczych, jest przyjmowana wstępnie wysokość zęba stojana h_{z1} oraz są obliczane wymiary żłobka, przy których ząb ma stałą szerokość. Następnie jest obliczana część pola powierzchni przekroju żłobka S zajęta przez uzwojenie i porównywana z wartościąadaną S_{q1} . W przypadku niezgodności jest korygowana wysokość zęba.

Obliczenia są powtarzane aż do uzyskania zgodności obliczonej i zadanej wartości pola powierzchni przekroju uzwojenia w żłobku z dokładnością do e , przy czym przyjęto:

$$e = \left| \frac{S - S_{q1}}{S_{q1}} \right| < 0,0001 \quad (5)$$

Schemat blokowy toku obliczeń wymiarów żłobków o kształcie kropłowym jest przedstawiony na rys.4b, a sposób uwzględnienia odciażającego działania żłobków na indukcję w zębach – na rys.4a. W przypadku żłobków wirnika o równoległych ściankach, jako zmienna niezależna jest przyjmowana średnia szerokość zęba. Natężenie pola magnetycznego H w funkcji indukcji B jest wyznaczane za pomocą procedury interpolacyjnej na podstawie zadanej tabelarycznie charakterystyki magnesowania dla 25 wartości indukcji z przedziału od

0,8 T do 2,2 T. Dla indukcji mniejszych i większych natężenie pola jest wyznaczane za pomocą ekstrapolacji liniowej. (Dla górnego zakresu przyjęto, że przenikalność magnetyczna blachy jest stała i równa 3-krotnej wartości przenikalności magnetycznej powietrza).



Rys.4. Schematy blokowe algorytmów obliczeń:

a) odciażającego wpływu żłobków; b) wymiarów i pola powierzchni uzwojeń w żłobkach stojana. (Oznaczenia wg rys.1; k - współczynnik relaksacji).

Współczynniki odciażenia jarzma przez zęby są obliczane wg wzoru [2; 4]:

$$k_y \approx \frac{b_d^2}{2\pi_j h_j} \quad (6)$$

przy czym: b_d - szerokość zęba w miejscu styczności z jarzmem; dla żłobków z dnem kolistym przyjęto 0.8 t_j ; t_j - podziałka na wysokości dna zęba; h_j - wysokość jarzma.

Odciażające działanie kadłuba na jarzmo zostało uwzględnione przez zwiększenie efektywnej wysokości jarzma o składnik δ_{jw} odpowiadający głębokości wnikanie strumienia wg [4]:

$$\delta_{jw} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \gamma \mu}} \cos 50^\circ \quad (7)$$

przy czym:

- γ - konduktywność materiału kadłuba (dla żeliwa $\gamma \approx 10^6 \Omega^{-1}m^{-1}$);
- μ - przenikalność magnetyczna materiału kadłuba (dla żeliwa $\mu \approx 150\mu_0$);
- czynnik $\cos 50^\circ$ uwzględnia w przybliżony sposób przesunięcie fazowe między indukcją w jarzmie a indukcją w kadłubie.

Średnie natężenie pola magnetycznego w jarzmie stojana H_{j1} jest obliczane za pomocą procedury całkującej tabelaryczną charakterystykę magnesowania przy założeniu sinusoidalnego rozkładu indukcji wzdłuż jarzma. W tej procedurze przyjęto podział jarzma na 50 odcinków. Za pomocą eksperymentu obliczeniowego wykazano, że przyjęcie większej liczby odcinków jarzma nie wpływa na zwiększenie dokładności obliczeń.

Obliczenia wymiarów i pola powierzchni żłobków wirnika przebiega podobnie, jak żłobków stojana, z tą tylko różnicą, że ograniczona jest do 2 mm minimalna wartość średnicy d_2 przy dnie żłobka – rys.2. Jeśli z obliczeń wynika wartość mniejsza, przyjmowana jest wartość 2 mm, a ząb jest wtedy trapezowy, podobnie jak w przypadku żłobka o ściankach równoległych. W tym ostatnim przypadku, przyjmowana jest minimalna szerokość żłobka równa co najmniej 1,5-krotnej szerokości szczytowej b_{s2} . Pociąga to za sobą konieczność zastosowania do obliczeń napięcia magnetycznego w zębach algorytmu sumującego napięcia magnetyczne w 25 warstwach zęba z uwzględnieniem odciażającego działania żłobków i izolacji wykrojów rdzenia.

Wpływ odciażającego działania żłobków wirnika na jarzmo został uwzględniony podobnie, jak w przypadku stojana. Natomiast odciażające działanie wału zostało uwzględnione podobnie jak w stojanie odciażające działanie kadłuba. Przyjęto, że częstotliwość strumienia w jarzmie wirnika wynosi 1,5 Hz (co w przybliżeniu odpowiada warunkom znamionowego obciążenia silnika), konduktywność materiału wału wynosi $\gamma \approx 5,2 \Omega^{-1}m^{-1}$, a przenikalność magnetyczna materiału wału - $\mu \approx 350 \mu_0$.

Natężenie pola magnetycznego w jarzmie wirnika H_{j2} jest obliczane podobnie, jak w przypadku jarzma stojana. Po obliczeniu natężeń pola magnetycznego na poszczególnych elementach obwodu jest obliczana suma napięć magnetycznych V , czyli jedna z możliwych wartości funkcji celu. Wynosi ona:

$$V = 2 V_{z1} + V_{j1} + 2 V_{z2} + V_{j2} \quad (8)$$

W przypadku gdy funkcją celu jest suma strat mocy w rdzeniu, należy dokonać jeszcze obliczenia składników strat. Ograniczono się do strat podstawowych w zębach i jarzmie stojana. Straty w zębach są obliczane ze wzoru:

$$P_{z1} = 1.5 \Delta p_{B,f} B_{z1}^2 m_{z1} \quad (9)$$

w którym:

- $\Delta p_{B,f}$ - stratność blachy przy indukcji 1,0 T i częstotliwości 50 Hz;
- B_{z1} - indukcja w zębie stojana; m_{z1} - masa zębów stojana;
- 1,5 - współczynnik zwiększenia strat na skutek procesów technologicznych.

Natomiast straty w jarzmie są obliczane ze wzoru:

$$P_{j1} = 1.5 \Delta p_{1,50} B_{j1}^2 m_{j1} k_B \quad (10)$$

w którym:

- $\Delta p_{1,50}$ - stratność blachy przy indukcji 1T i częstotliwości 50 Hz;
- B_{j1} - indukcja w jarzmie stojana;
- m_{j1} - masa jarzma stojana;
- 1.5 - współczynnik wzrostu strat na skutek procesów technologicznych;
- k_B - współczynnik uwzględniający nierównomierny rozkład oraz eliptyczny przebieg pola w jarzmie. Współczynnik ten może być obliczony z wielomianu 4-go stopnia aproksymującego przebiegi krzywych przedstawiających jego przebieg w funkcji względnej wysokości

ko-

ści jarzma, zamieszczonych w pracy [4].

4. PROCEDURY OPTYMALIZACYJNE

Jak już wspomniano na wstępie, celem tej pracy jest przetestowanie istniejących procedur poszukiwania ekstremum funkcji wielu zmiennych oraz ich

przystosowanie do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych w silnikach indukcyjnych. Do porównań przyjęto następujące metody optymalizacji:

- A. bezgradientowe:
 - metoda Hooke’a-Jeevesa (H-J);
 - metoda Powella (Pow.);
 - metoda Rosenbrocka (Ros.).

- B. gradientowe
 - metoda największego spadku (N-S);
 - metoda PARTAN (Shaha);
 - metoda gradientu sprzężonego (Fletcher’a-Reevesa) (Gr.-sp.);
 - metoda zmiennej metryki (Davidona-Fletcher’a-Powella) (D-F-P);
 - metoda zmiennej metryki (Broydena-Fletcher’a-Goldfarba-Shanno) (B-F-G-S);
 - metoda zmiennej metryki (Wolfe’a-Broydena-Davidona) (W-B-D);
 - przełączalna metoda zmiennej metryki (Fletcher’a).

Pierwsze dwie metody bezgradientowe oraz pierwsza metoda gradientowa zostały zmodyfikowane wg [1]. Modyfikacja polegała na stworzeniu możliwości obliczeń funkcji celu z użyciem tablic (zawierających zestaw danych, charakterystyki magnesowania blach, stałych technologicznych oraz tablicy do przechowywania wyników obliczeń poszczególnych wielkości). Ponadto zostały wprowadzone zmiany umożliwiające wykorzystanie własnej biblioteki podprogramów działań na wektorach i macierzach. W przypadku pozostałych testowanych metod zostały opracowane całkowicie nowe procedury optymalizacyjne przy użyciu języka Object Pascal w środowisku programowania Delphi 5 w wersji Professional. Do realizacji poszukiwań ekstremum długości kroku w każdym kierunku przetestowano metody: złotego podziału odcinka, aproksymacji kwadratowej oraz metodę ekspansji i kontrakcji geometrycznej.

W opracowanym programie testowym, obliczenia mogą być powtarzane wielokrotnie w pętli wykonującej pełne obliczenia optymalizacyjne dla stu wartości maksymalnej indukcji w szczelinie z przedziału od 0,6 T do 0,9 T dla silników 4-ro i 6-cio biegunowych oraz z przedziału 0,5 T do 0,8 T dla silników 2- biegunowych. Ponadto przewidziano możliwość takich obliczeń dla zmiennej wartości pola powierzchni przekroju uzwojeń stojana przy stałej wartości maksymalnej indukcji w szczelinie. Pozwala to na wizualizację wyników obliczeń wybranych parametrów. Możliwy jest także zapis wyników obliczeń w pliku tekstowym i ich wprowadzenie do arkusza kalkulacyjnego Excela w celu ewentualnego dalszego przetworzenia.

5. WYNIKI OBLICZEŃ

Za pomocą programu testowego wykonano szereg obliczeń optymalizacyjnych obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego o wzniosie osi wału 132 mm oraz o 2 i 4 biegunach. Dane wejściowe, tzn. średnica zewnętrzna pakietu stojana, średnica wewnętrzna pakietu wirnika, liczby żłobków stojana i wirnika oraz wymiary szczytów żłobkowych, zostały przyjęte takie, jakie są stosowane w seryjnie produkowanych silnikach. Wykonane obliczenia można podzielić na cztery grupy:

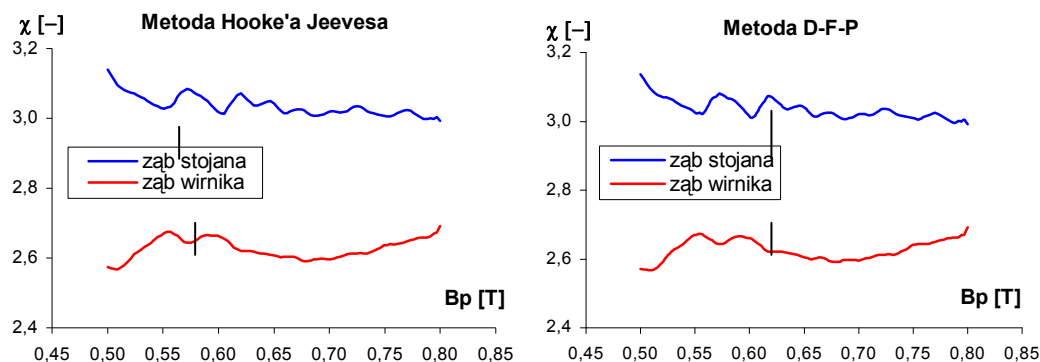
- obliczenia mające na celu porównanie wyników otrzymanych przy użyciu różnych metod optymalizacji;
- obliczenia współczynników smukłości zębów stojana, tzn. stosunku ich wysokości do szerokości, oraz obliczenia średnicy wewnętrznej stojana przy zmiennej zadawanej wartości indukcji w szczelinie, przy których suma napięć magnetycznych osiąga minimum;
- obliczenia współczynników smukłości zębów stojana oraz średnicy wewnętrznej stojana przy stałej indukcji w szczelinie i zmiennym polu powierzchni przekroju uzwojenia stojana, przy których suma napięć magnetycznych osiąga minimum. Zachowano przy tym stały stosunek pola powierzchni przekroju uzwojenia stojana do pola powierzchni przekroju klatki wirnika - taki jak w seryjnie produkowanych silnikach;
- obliczenia wymiarów obwodu magnetycznego, przy których suma strat w zębach i jarzmie stojana na jednostkę długości rdzenia osiąga minimum.

W celu porównania wyników otrzymywanych przy użyciu różnych metod optymalizacji, obliczenia z pierwszej grupy były wykonywane dla różnych punktów startowych, tzn. dla różnych wartości początkowych zmiennych niezależnych. Ich wyniki są przedstawione w tabeli 1. Na rysunku 5 są przedstawione przykładowe wyniki obliczeń współczynników smukłości zębów χ w funkcji indukcji w szczelinie uzyskane przy zastosowaniu różnych metod optymalizacji. Różnią się one tak nieznacznie, że nie można ich przedstawić na jednym rysunku.

TABELA 1

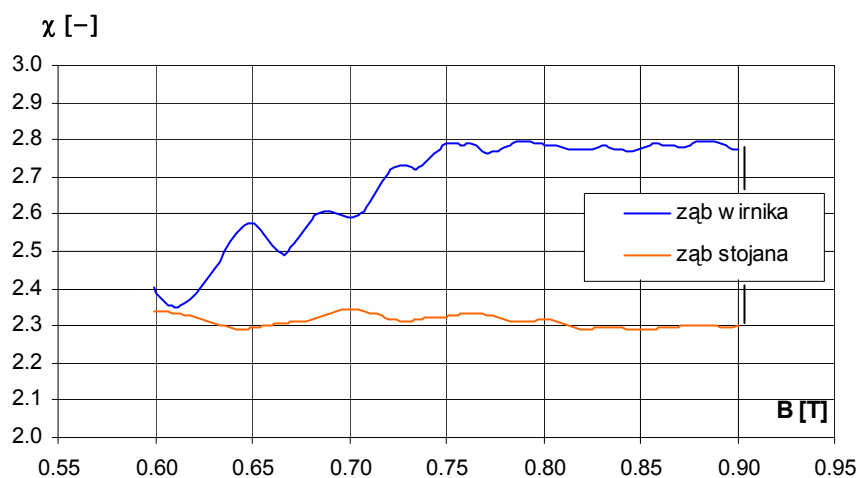
Zestawienie wyników obliczeń optymalizacyjnych obwodu magnetycznego dla uzyskania minimum napięcia magnetycznego przy zastosowaniu różnych metod optymalizacji.

Silnik 2-biegunowy								
Punkt startowy: (115; 6,0; 6,0)	Metoda optymalizacji							
	H-J	Pow.	Ros.	N-S	Gr-sp.	D-F-P	B-F-G-S	W-B-D
D [mm]	122,78	122,65	122,78	122,78	122,78	122,78	122,75	122,78
b_{z1} [mm]	5,37	5,36	5,37	5,52	5,52	5,37	5,36	5,37
b_{z2} [mm]	6,15	6,13	6,15	6,15	6,15	6,15	6,15	6,15
Punkt startowy: (125; 6,0; 7,0)								
D [mm]	122,78	122,82	122,78	122,78	122,78	122,78	122,78	122,78
b_{z1} [mm]	5,37	5,36	5,37	5,37	5,41	5,37	5,37	5,37
b_{z2} [mm]	6,15	6,16	6,15	6,15	6,15	6,15	6,15	6,15
Punkt startowy: (140; 6,0; 8,0)								
D [mm]	122,78	122,80	122,78	122,78	122,78	122,78	122,89	122,78
b_{z1} [mm]	5,37	5,37	5,37	5,37	5,37	5,37	5,37	5,37
b_{z2} [mm]	6,15	6,15	6,15	6,15	6,15	6,15	6,16	6,15
Silnik 4-biegunowy								
Punkt startowy: (125; 6,0; 6,0)	Metoda optymalizacji							
	H-J	Pow.	Ros.	N-S	Gr.-sp.	D-F-P	B-F-G-S	W-B-D
D [mm]	139,14	139,01	139,13	139,14	138,91	139,51	139,15	139,15
b_{z1} [mm]	7,68	7,67	7,67	7,67	7,50	7,70	7,68	7,68
b_{z2} [mm]	8,86	8,74	8,78	8,78	8,73	8,80	8,79	8,76
Punkt startowy: (135; 7,0; 7,0)								
D [mm]	139,14	137,61	138,24	136,59	136,72	139,14	139,69	139,15
b_{z1} [mm]	7,68	8,11	7,63	7,51	7,57	7,67	7,59	7,68
b_{z2} [mm]	8,78	8,46	8,65	8,46	8,47	8,78	8,83	8,79
Punkt startowy: (150; 6,0 8,0)								
D [mm]	139,14	137,60	138,69	139,09	139,73	139,15	138,93	139,14
b_{z1} [mm]	7,68	8,10	7,72	7,69	7,57	7,68	7,57	7,67
b_{z2} [mm]	8,83	8,48	8,68	8,82	8,82	8,83	8,74	8,76



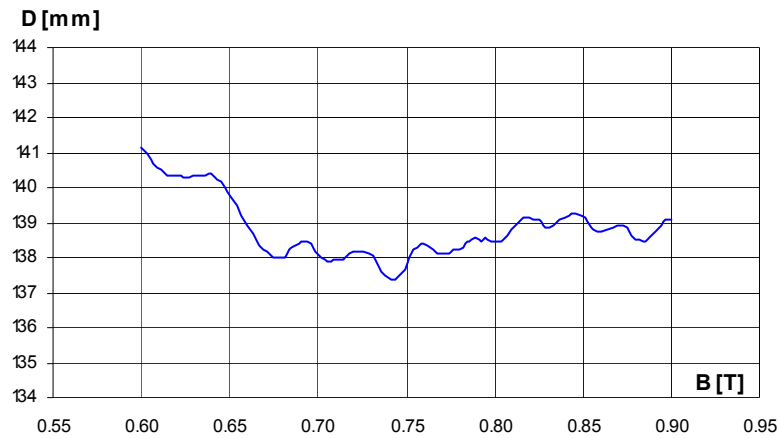
Rys.5. Porównanie wyników obliczeń współczynników smukłości zębów χ wg zależności (1) uzyskanych przy użyciu różnych procedur optymalizacyjnych. (Silnik 2p=2).

Przykładowe wyniki obliczeń drugiej z wymienionych grup są przedstawione na rys.6; 7. Przy zastosowaniu innych metod optymalizacji przebiegi krzywych są identyczne.

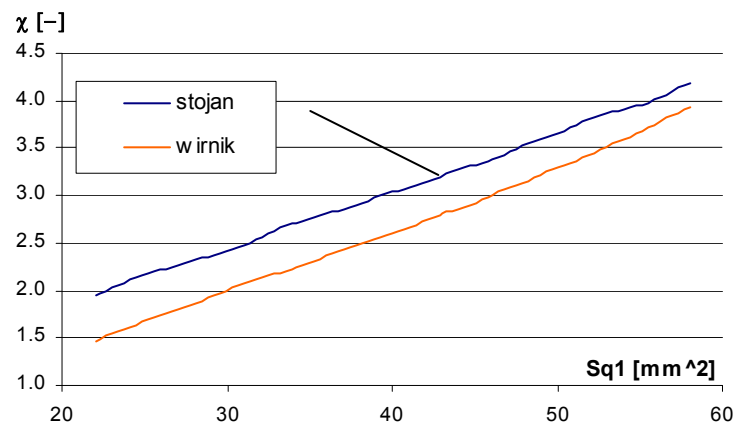


Rys.6. Współczynniki smukłości zębów χ wg zależności (1) obwodu optymalnego w funkcji indukcji w szczelinie B_p . (Silnik 2p=4; metoda Hooke'a-Jeevesa).

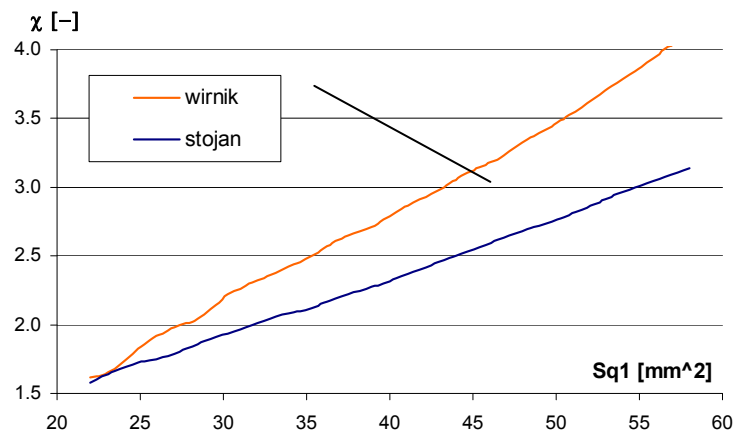
Wyniki obliczeń współczynników smukłości zębów stojana i wirnika oraz średnicy wewnętrznej stojana przy zmiennym polu powierzchni uzwojeń (trzecia grupa obliczeń) są przedstawione na rysunkach 8 ÷ 10. Również w tym przypadku, ze względu na praktyczne pokrywanie się wykresów przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych za pomocą tylko jednej metody optymalizacji.



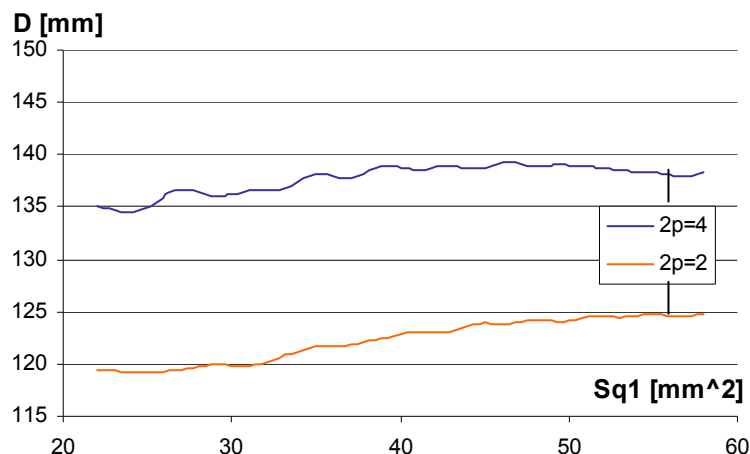
Rys.7. Średnica wewnętrzna rdzenia stojana D obwodu optymalnego w funkcji indukcji w szczelinie B_p . (Silnik $2p=4$; metoda Hooke'a-Jeevesa).



Rys.8. Współczynniki smukłości zębów χ w funkcji pola powierzchni przekroju uzwojenia stojana S_{q1} . Silnik $2p=2$; $B_p = 0,65$ T; (metoda D-F-P).



Rys.9. Współczynniki smukłości zębów χ w funkcji pola powierzchni przekroju uzwojenia stojana S_{q1} . (Silnik: $2p=4$; $B_p = 0,85$ T; metoda D-F-P).



Rys.10. Średnica wewnętrzna stojana D obwodu optymalnego w funkcji pola powierzchni przekroju uzwojenia stojana S_{q1} . (metoda D-F-P).

Wyniki obliczeń wymiarów obwodu magnetycznego dla uzyskania minimum strat w rdzeniu na jednostkę długości (czwarta grupa obliczeń), są zgodne z przewidywaniem. Procedury optymalizacyjne zmieniały wartości zmiennych niezależnych tak długo, aż zostały osiągnięte wartości graniczne: maksymalna indukcja w zębach wirnika ($B_{z2} = 1,8$ T) i jarzmie wirnika ($B_{j2} = 1,6$ T). Głównym celem przeprowadzenia tych obliczeń było jedynie przetestowanie algorytmu SUMT optymalizacji w obszarze ograniczonym. Obliczenia były wykonane przy zastosowaniu w algorytmie SUMT dwóch metod optymalizacji w obszarze nieograniczonym, tj. metody Hooke'a-Jeevesa oraz metody zmiennej metryki D-F-P, dla różnych punktów startowych, tzn. dla różnych wartości początkowych zmiennych niezależnych. Wartości te, zgodnie z wymaganiami metody SUMT, należały do zbioru rozwiązań dopuszczalnych ze względu na przyjęte ograniczenia. Przykładowe wyniki obliczeń są przedstawione w tabeli 2.

TABELA 2

Wyniki obliczeń wymiarów obwodu magnetycznego dla uzyskania minimum strat w rdzeniu na jednostkę długości.

Silnik 2-biegunowy		
Punkt startowy: (125; 6,0; 7,0)	Metoda optymalizacji	
	SUMT + H-J	SUMT + D-F-P
D [mm]	113,94	114,03
b_{z1} [mm]	4,47	4,47
b_{z2} [mm]	4,72	4,74
Punkt startowy: (135; 7,0; 8,0)		
D [mm]	113,91	114,05
b_{z1} [mm]	4,47	4,47
b_{z2} [mm]	4,72	4,74
Silnik 4-biegunowy		
Punkt startowy: (125; 6,0; 7,0)	Metoda optymalizacji	
	SUMT + H-J	SUMT + D-F-P
D [mm]	118,47	118,46
b_{z1} [mm]	5,67	5,67
b_{z2} [mm]	6,84	6,84
Punkt startowy: (135; 7,0; 8,0)		
D [mm]	118,24	118,24
b_{z1} [mm]	5,73	5,65
b_{z2} [mm]	6,87	6,87

6. WNIOSKI

Duża liczba wykonanych obliczeń przy użyciu różnych metod optymalizacji oraz wyborze różnych punktów startowych, tzn. różnych składowych początkowego wektora zmiennych niezależnych, wykazała dużą zbieżność wyników. Oznacza to, że otrzymane wyniki praktycznie nie zależą od zastosowanej

metody optymalizacji. Jednocześnie świadczy to o poprawnym działaniu zarówno wszystkich algorytmów jak i opracowanych na ich podstawie procedur programowych.

Przy wszystkich obliczeniach, występuje charakterystyczna nieciągłość przebiegu krzywych obrazujących przebieg zmiennych niezależnych przy zmieniającej się indukcji w szczelinie. Największe „strzępienia” występują w przypadku krzywej odpowiadającej średnicy wewnętrznej stojana, przy czym w przypadku zastosowania gradientowych metod optymalizacji są one większe niż przy posługiwaniu się metodami bezgradientowymi. Również przebieg krzywej obrazującej wartości funkcji celu przy zastosowaniu gradientowych metod optymalizacji, dla większych wartości indukcji w szczelinie, nie jest tak gładki jak w przypadku zastosowania metod bezgradientowych. Jedną z przyczyn nierównomierności wykresów jest sumowanie się błędów wynikających z zastosowania w obliczeniach arytmetyki zmiennoprzecinkowej. Wskazują na to przeprowadzone próby 10-cio a nawet 100 krotnego zwiększenia dokładności obliczeń w pętlach iteracyjnych, realizujących obliczenia wymiarów żłobków i ich pola powierzchni, które oprócz znacznego wydłużenia czasu obliczeń nie przyniosły wyraźnej poprawy gładkości uzyskiwanych wykresów.

Czas obliczeń przy pojedynczej optymalizacji wynosi od 60 do 600 ms w zależności od częstotliwości procesora. Mniejsza wartość dotyczy procesora 1,9 GHz, a większa procesora 166 MHz. Do porównań procedur optymalizacyjnych bardziej odpowiednia jest liczba obliczeń funkcji celu. Wynosi ona w zależności od zastosowanej metody od ok. 200 do ok. 600. Najszybszą zbieżność wykazują metody zmiennej metryki D-F-P oraz W-B-D, a najwolniejszą – metody Rosenbrocka i Hooke’a - Jeevesa. Należy przy tym podkreślić, że w przypadku metod gradientowych i przy zastosowanej metodzie obliczeń gradientu, duża część czasu przeznaczanego na obliczenia funkcji celu przypada na obliczanie pochodnych.

We wszystkich wykonanych obliczeniach, dotyczących zarówno obwodu magnetycznego silnika czterobiegunowego jak i dwubiegunowego, dla różnych pól powierzchni przekroju żłobków stojana oraz wirnika, daje się zauważyć ogólną prawidłowość. Wszystkie procedury optymalizacyjne tak dobierają wartości zmiennych niezależnych (tzn. średnicę wewnętrzną stojana oraz szerokości zębów stojana i wirnika), że wartość indukcji w zębach stojana jest bliska wartości indukcji w jarzmie stojana. Obie te indukcje przybierają stosunkowo niewielkie wartości. Przy zadanej wartości indukcji w szczelinie uzyskuje się zmniejszenie średnicy wewnętrznej stojana. Natomiast indukcje w zębach i jarzmie wirnika optymalizowanego silnika ulegają wówczas zwiększeniu. Przy przyjęciu takich liczb żłobków stojana i wirnika jakie są stosowane w praktyce, napięcie magnetyczne w wirnikowej części obwodu magnetycznego jest mniej-

sze niż w części stojanowej. Takie rozwiązanie jednak nie jest optymalne ze względu na stopień wyzyskania materiału rdzenia.

Podczas obliczeń optymalizacyjnych przy zastosowaniu poszukiwań za pomocą metody aproksymacji kwadratowej, odznaczającej się stosunkowo silnym zwiększeniem długości kroku, dla niektórych wartości szerokości zęba może wystąpić błąd w obliczeniach. Wynika on z tego, że procedura obliczająca funkcję celu zmierza do przyjęcia szerokości żłobka mniejszej niż szerokość szczytowej. Przy wyznaczeniu wysokości spłaszczonego kolistego zarysu żłobka występuje obliczenie pierwiastka kwadratowego z liczby ujemnej. W przedstawianych w literaturze algorytmach stosowanych w zadaniach optymalizacji, najczęściej jest obliczane pole powierzchni żłobka o kształcie trapezu z zaniebdaniem jego części przy szczytowej. Próba bardziej dokładnego uwzględnienia kształtu żłobka może napotkać na trudności. Stąd wynika ograniczenie zastosowania niektórych szybko zbieżnych metod poszukiwania minimum funkcji celu w ustalonym kierunku.

LITERATURA

1. Baron B., Marcol A. Pawlikowski S.: Metody numeryczne w Delphi 4. Gliwice, Wydawnictwo Helion, 2000r.
2. Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych. Warszawa, WNT 1971.
3. Dąbrowski M.: Analiza obwodów magnetycznych. Straty mocy w obwodach. Warszawa, PWN 1981.
4. Dąbrowski M.: Projektowanie maszyn elektrycznych prądu przemiennego. Warszawa, WNT 1994.
5. Dąbrowski M.: Obliczanie wymiarów żłobków prostokątnych wirnika na minimum napięcia magnetycznego w zębie. Prz. Elektrot. 4 1964, s. 168-171.
6. Dąbrowski M.I., Zgodziński T.: Optimization of the slot configuration in stressed cores of electric machines. Third International Conference on Electrical Machines and Drives London 1987. IEE. Conference Publ. p. 179-182.
7. Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. Warszawa, PWN 1980.
8. Głowacki A.: Obliczenia elektromagnetyczne silników indukcyjnych trójfazowych. Warszawa, WNT 1993.
9. Praca zbiorowa: Metody optymalizacji w języku FORTRAN. Warszawa, PWN 1984.
10. Śliwiński T.: Optymalna synteza silnika indukcyjnego. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Nr. 40, 1992, s. 31-43.
11. Zangwill W.I.: Programowanie nieliniowe. Warszawa, WNT 1974.

Rękopis dostarczono, dnia 22.03.2002 r.

Opiniował: doc dr inż. Jerzy Mukosiej

OPTIMIZATION OF INDUCTION MOTOR MAGNETIC CIRCUIT STRUCTURE WITH CONSTANT COOPER CROSS-SECTION AREA OF WINDINGS IN THE SLOTS

M. DĄBROWSKI, A. RUDEŃSKI

SUMMARY *In this paper particular optimization techniques which have application in magnetic circuit design of electric machines are presented. The problem deals with minimization of the magnetomotive force for magnetic circuit of the induction machine. The optimal stator bore diameter and the optimal ratio of slot depth to middle slot width for a given outside stator core diameter, inside rotor core diameter, total slots cross-section area and for given no-load magnetic flux is considered. The two-pole and the four-pole machines have been investigated. An effectiveness of the following optimization procedures are compared: Rosenbrock's method; Hooke and Jeeves method; Powell's method and also descent methods: variable metric (Davidon-Fletcher-Powell method and another) and conjugate gradient (Fletcher-Reeves method).*

Prof. dr hab. inż. Mirosław Dąbrowski urodził się w roku 1926. Po ukończeniu studiów na Wydziale Elektrycznym Politechniki Łódzkiej uzyskał w 1952 r. tytuł inżyniera, w 1954 r. stopień magistra, w 1960 r. – doktora a w 1966 r. – doktora habilitowanego. Od 1967 r. był pracownikiem naukowym Politechniki Poznańskiej. W roku 1973 uzyskał tytuł profesora nadzwyczajnego, a w roku 1979 – profesora zwyczajnego. W latach 1967...1998 kierował Katedrą a następnie Zakładem Maszyn Elektrycznych w Politechnice Poznańskiej opiekując się specjalnością maszyny elektryczne. W latach 1980...1984 pełnił funkcję prorektora ds. naukowych Politechniki Poznańskiej. Od roku 1989 jest członkiem korespondentem Polskiej Akademii Nauk. Prace badawcze dotyczą głównie zagadnień analizy pola elektromagnetycznego, syntezy elektromechanicznych przetworników energii oraz strat mocy w ferromagnetykach. Jest autorem ponad stu osiemdziesięciu publikacji (w tym ponad pięćdziesiąt zagranicznych), ośmiu książek oraz autorem i współautorem siedmiu patentów.





Mgr inż. Andrzej Rudeński urodził się w roku 1946. Dyplom mgr inż. Uzyskał w 1970 r. na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej i w tym też roku rozpoczął pracę w Instytucie Elektrotechniki. Do końca roku 1982 zajmował się zagadnieniami zjawisk pasożytniczych w silnikach indukcyjnych, będąc autorem i współautorem wielu prac naukowo-badawczych i kilku publikacji. W latach 1983...2000 pracował kolejno w WSK PZL Warszawa II, Zakładzie Badawczo-Rozwojowym Dźwigów Osobowych i Zakładach Remontowych Energetyki Warszawa, zajmując się głównie problematyką maszyn elektrycznych oraz zastosowaniem technik informacyjnych do obliczeń. W 2000 r. powrócił do pracy w Instytucie Elektrotechniki, gdzie zajmuje się zagadnieniami analizy i syntezy obliczeniowej silników indukcyjnych jednofazowych. Jest autorem i współautorem kilku publikacji w tej dziedzinie.