

Maria KOSICKA

MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA FALEK HAARA DO ANALIZY I OPTYMALIZACJI UKŁADÓW NAPĘDOWYCH

STRESZCZENIE *W artykule przedstawiono zastosowanie metod analizy i optymalizacji liniowych układów dynamicznych o stałych skupionych przy zastosowaniu falek Haara w odniesieniu do typowego układu napędowego prądu stałego. Omówiono zalety stosowanej metody, a także jej pewne niedogodności.*

1. WPROWADZENIE. BIOGRAFIA ALFREDA HAARA

Alfred Haar (na zdjęciu obok), którego prace dotyczące funkcji ortogonalnych zostały wykorzystane w teorii przetwarzania sygnałów, był Węgrem urodzonym w 1885 roku w Budapeszcie. Po ukończeniu szkoły średniej wyjechał do Getyngi, gdzie studiował pod kierunkiem Davida Hilberta (1862–1943). W 1909 roku obronił dysertację doktorską pod tytułem *Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme* opublikowaną w 1910 roku [4]. To ta właśnie publikacja była pierwszą pracą dotyczącą możliwości konstruowania rodzin funkcji



Mgr inż. Maria KOSICKA

Zakład Badań Podstawowych Elektrotechniki
Instytut Elektrotechniki

schodkowych – nieciągłych funkcji ortogonalnych, zwanych obecnie funkcjami lub falkami Haara. W 1912 roku powrócił na Węgry i objął katedry na uniwersytetach w Kolozsvár (obecnie Cluj w Rumunii) i w Budapeszcie, a po I Wojnie Światowej w Szeged, dokąd przeniesiono Uniwersytet z Kolozsvár, ponieważ miasto to znalazło się wtedy w granicach Rumunii. Szeged nie miało żadnych tradycji uniwersyteckich, tym więc większą jest zasługa Haara, że wraz z węgierskim matematykiem Frigyes Rieszem (1880–1956) uczynili uniwersytet w Szeged znaczącym ośrodkiem nauk matematycznych. Haar pracował nad problemami analizy matematycznej, rozwijał tezy pracy doktorskiej dotyczące funkcji ortogonalnych, później zajmował się równaniami różniczkowymi cząstkowymi, pisał o aproksymacji Czebyszewa, a w latach 1917–1919 pracował nad rachunkiem wariacyjnym. Znane są jego prace dotyczące miary na grupach, zwane teraz miarą Haara. Zmarł w 1933 roku w Szeged. Prace Haara były rozwijane przez von Neumanna (1903–1957), Pontriagina (1908–1988) i André Weila (1906–1998).¹⁾

Przez wiele lat prace Haara dotyczące zbioru funkcji ortogonalnych nie znajdowały praktycznego zastosowania. Dopiero w latach 80. XX wieku w związku z rozwojem dziedziny zwanej przetwarzaniem sygnałów i powstaniem teorii transformaty falkowej zwrócono na nie uwagę. Znalazły one zastosowanie jako najprostsze falki, i chociaż w ostatnich latach skonstruowano wiele typów falek [1] to, można powiedzieć, że rozwinięcie falkowe Haara cieszy się w dalszym ciągu dużym powodzeniem, właśnie ze względu na swoją prostotę.

W niniejszym artykule pokazano, w jaki sposób można wykorzystać rozwinięcie falkowe Haara do analizy i optymalizacji typowego układu napędowego, jakie ma to zalety, jak również, na jakie można natrafić pułapki.

Informacje na temat falek (funkcji) Haara można znaleźć w niemal każdej publikacji [1] dotyczącej transformaty falkowej, dlatego też poniżej podano jedynie zależności zasadnicze.

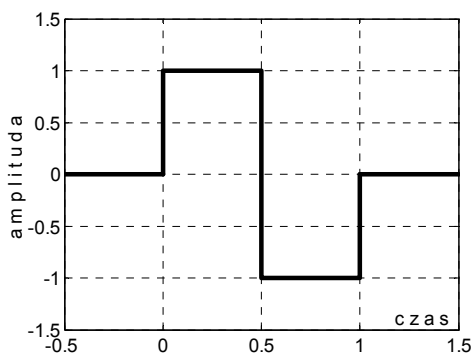
Podstawowa falka Haara (rys.1a) jest definiowana następująco:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq t < 0,5 \\ -1 & \text{dla } 0,5 \leq t < 1 \\ 0 & \text{dla } t < 0 \text{ i } t \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

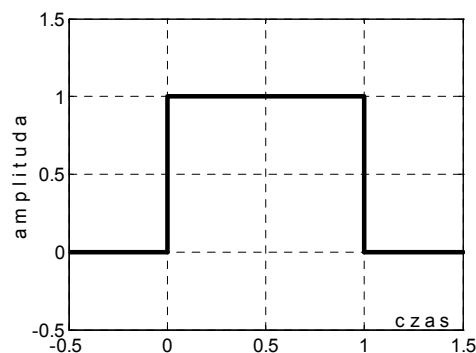
¹⁾ Informacje biograficzne wg strony internetowej:

<http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Haar.html>

a)



b)



Rys.1. Podstawowa falka Haara (a) i funkcja skalująca (b).

Ta falka generuje poniższy zbiór falek:

$$\psi_{jk}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad (2)$$

gdzie j i k są liczbami całkowitymi, przy czym j zwane jest współczynnikiem skali, a k – współczynnikiem przesunięcia [1]. Charakterystyczną cechą falki jest zależność przesunięcia $2^j k$ od współczynnika skali, natomiast parametr $2^{-j/2}$ zwany jest współczynnikiem normalizującym i powoduje, że dla każdej falki całka z jej kwadratu w przedziale, w którym $\psi_{jk}(t) \neq 0$ (tzw. przedziale nośnika, który ma długość 2^{-j}), jest równa 1. Falki Haara stanowią zatem rodzinę funkcji ortogonalnych i ortonormalnych, tzn. muszą one spełniać zależności:

$$\int_0^1 \psi_{j_1 k_1}(t) \psi_{j_2 k_2}(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{dla } j_1 = j_2 \text{ i } k_1 = k_2 \\ 0 & \text{dla } \begin{cases} (j_1 \neq j_2 \text{ i } k_1 \neq k_2) \\ \text{lub } (j_1 \neq j_2 \text{ i } k_1 = k_2) \\ \text{lub } (j_1 = j_2 \text{ i } k_1 \neq k_2) \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

Czasem jednak wygodniej jest przyjąć stałą amplitudę falki zwykle równą 1, wtedy dla $h_1(t) = \psi(t)$, gdzie $\psi(t)$ opisane jest wzorem (1), kolejne funkcje są generowane następująco:

$$\begin{aligned} h_n(t) &= h_1(2^j t - k) \\ n &= 2^j + k, \quad j \geq 0, \quad 0 \leq k < 2^j \end{aligned} \quad (4)$$

przy czym

$$\int_0^1 h_i(t) h_l(t) dt = 2^{-j} \delta_{i,l} = \begin{cases} 2^{-j} & \text{dla } i=l=2^j+k \\ 0 & \text{dla } i \neq l \end{cases} \quad (5)$$

Taki zbiór funkcji [2, 3] jest ortogonalny, ale nie ortonormalny, ponieważ

$$\int_0^1 h^2(t) dt \neq \text{const}.$$

Kolejne falki uzyskuje się przez przesunięcie oraz kompresję falki podstawowej. Dodatkowo uwzględnia się funkcję $h_0(t)=1$ dla $0 \leq t < 1$ zwaną funkcją skalującą (rys.1b).

Wykorzystując falki Haara uzupełnione funkcją skalującą do rozkładu dowolnej funkcji całkowalnej z kwadratem w przedziale $[0,1)$, a więc spełniającej warunek

$$\int_0^1 y^2(t) dt < \infty \quad (6)$$

autorzy prac [2, 3] podali metody:

- analizy liniowych układów dynamicznych o parametrach skupionych,
- rozwiązania problemu sterowania optymalnego przy kwadratowym wskaźniku jakości dla liniowych układów dynamicznych.

Obie te metody wymagają opisu układu w przestrzeni stanów.

Podstawą opracowanych metod jest założenie, że każdą funkcję spełniającą warunek (6) można przedstawić w postaci sumy:

$$y(t) = \sum_{i=0}^N c_i h_i(t) \quad (7)$$

przy czym

$$c_i = 2^j \int_0^1 y(t) h_i(t) dt \quad (8)$$

gdzie $2^j = i - k$.

Formalnie parametr $N \rightarrow \infty$, ale w praktyce przyjmuje wartość skończoną. Funkcje $h_i(t)$ są falkami Haara przedstawionymi w postaci wektorów [2] o m elementach, gdzie m – jest stopniem rozwinięcia funkcji $h_i(t)$ i musi być potęgą liczby 2:

$$\begin{aligned}
 h_0(t) &= [\underbrace{1 \dots 1}_m] \\
 h_1(t) &= [\underbrace{1 \dots 1}_{m/2} \quad \underbrace{-1 \dots -1}_{m/2}] \\
 h_2(t) &= [\underbrace{1 \dots 1}_{m/4} \quad \underbrace{-1 \dots -1}_{m/4} \quad \underbrace{0 \dots 0}_{m/2}] \\
 h_3(t) &= [\underbrace{0 \dots 0}_{m/2} \quad \underbrace{1 \dots 1}_{m/4} \quad \underbrace{-1 \dots -1}_{m/4}] \quad \text{itd.}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Z powyższych wektorów tworzy się macierz $\mathbf{H}_m(t)$

$$\mathbf{H}_m(t) = \begin{bmatrix} h_0(t) \\ h_1(t) \\ \vdots \\ h_{m-1}(t) \end{bmatrix} \tag{10}$$

oraz jej całkę, którą można również wyrazić za pomocą falek Haara:

$$\int_0^t \mathbf{H}_m(\tau) d\tau = \mathbf{P}_m \mathbf{H}_m(t) \tag{11}$$

gdzie

$$\mathbf{P}_m = \frac{1}{2m} \begin{bmatrix} 2m\mathbf{P}_{m/2} & -\mathbf{H}_{m/2} \\ \mathbf{H}_{m/2}^{-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Podstawy teoretyczne ww. metod zostały dodatkowo opisane i uzupełnione w pracach [6, 7].

2. ANALIZA UKŁADU NAPĘDOWEGO PRĄDU STAŁEGO PRZY WYKORZYSTANIU FALEK HAARA

Typowy napęd prądu stałego (rys.2) składa się z silnika jako obiektu regulacji oraz dwóch pętli regulacyjnych: pętli regulacji prędkości obrotowej i podporządkowanej jej pętli regulacji prądu. Układ zawiera dwa regulatory: prądu i prędkości obrotowej oba typu PI, przy czym regulator prędkości obrotowej ma dodatkowo obwód wejściowy RC w celu ograniczenia wpływu zakłóceń [8, 9, 10].

TABELA 1
Oznaczenia

Oznaczenia w tekście	Oznaczenia na rys. 2 i 8	Objaśnienia symboli
Ω	Omega	Prędkość obrotowa
V_a, i_a	V_a, i_a	Napięcie i prąd twornika
R_a, L_a	R_a, L_a	Rezystancja i prąd twornika
J	J	Całkowity moment bezwładności silnika i obciążenia
k_e, k_t	k_e, k_t	Stałe siły elektromotorycznej i momentu obciążenia
T_L	T_L	Moment obciążenia
k_s	k_s	Współczynnik wzmocnienia sterownika
V_r	V_r	Sygnał zadający prędkość obrotową
V_Ω, V_i	V_{om}, V_i	Sygnały wejściowe regulatora prędkości obrotowej i regulatora prądu
e_Ω, e_i	e_{om}, e_i	Sygnały uchybów regulatora prędkości obrotowej i regulatora prądu
x_Ω, x_i	x_{om}, x_i	Całki z sygnałów e_Ω, e_i (e_{om}, e_i)
k_i, T_i	k_i, T_i	Współczynnik wzmocnienia i stała czasowa regulatora prądu
k_Ω, T_Ω	k_{om}, T_{om}	Współczynnik wzmocnienia i stała czasowa regulatora prędkości obrotowej
T_r	T_r	Stać czasowa obwodu wejściowego regulatora prędkości obrotowej
$k_{if}, k_{\Omega f}$	k_{if}, k_{omf}	Współczynnik wzmocnienia pętli regulacji prądu i pętli regulacji prędkości obrotowej
u	u	Sygnał sterujący
$L(t), L_i(t)$	$[t \ L_i]$	Optymalny współczynnik sprzężenia zwrotnego

Układ (rys.2) może być opisany równaniami stanu:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Omega(t) \\ i_a(t) \\ x_i(t) \\ x_\Omega(t) \\ e_\Omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ 0 & a_{32} & 0 & a_{34} & a_{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{51} & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega(t) \\ i_a(t) \\ x_i(t) \\ x_\Omega(t) \\ e_\Omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & b_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{51} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r(t) \\ T_L(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

oraz równaniami wyjścia:

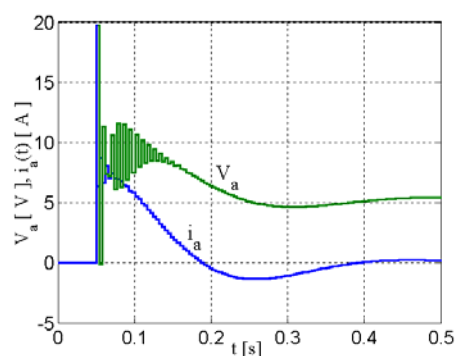
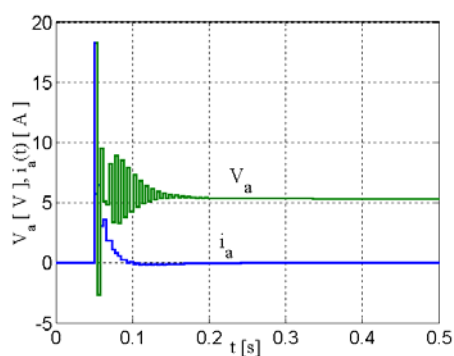
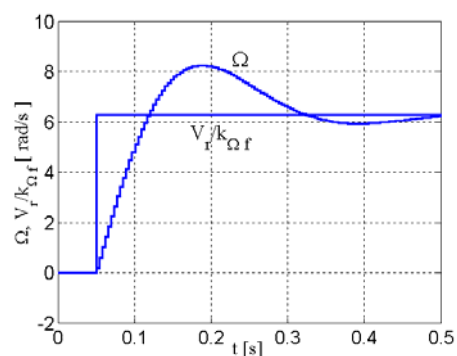
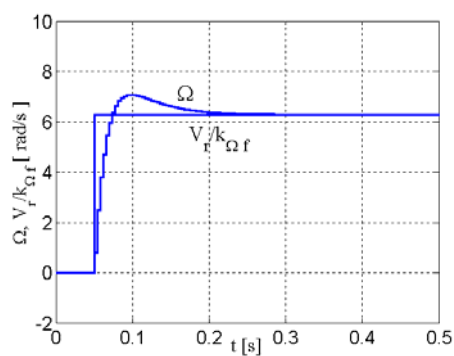
$$\begin{bmatrix} \Omega(t) \\ i_a(t) \\ V_a(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega(t) \\ i_a(t) \\ x_i(t) \\ x_\Omega(t) \\ e_\Omega(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

gdzie

$$\begin{aligned} a_{12} &= \frac{k_t}{J}, \quad a_{21} = -\frac{k_e}{L_a}, \quad a_{22} = -\frac{R_a + k_i k_s k_{if}}{L_a}, \quad a_{23} = \frac{k_i k_s k_{if}}{L_a T_i}, \quad a_{24} = \frac{k_\Omega k_i k_s}{L_a T_\Omega}, \\ a_{25} &= \frac{k_\Omega k_i k_s}{L_a}, \quad a_{32} = -k_{if}, \quad a_{34} = \frac{k_\Omega}{T_\Omega}, \quad a_{35} = k_\Omega, \quad a_{51} = -\frac{k_{\Omega f}}{T_r}, \\ a_{55} &= -\frac{1}{T_r}, \quad b_{12} = -\frac{1}{J}, \quad b_{51} = \frac{1}{T_r}, \\ c_{32} &= -k_i k_s k_{if}, \quad c_{33} = \frac{k_i k_s}{T_i}, \quad c_{34} = \frac{k_\Omega k_i k_s}{T_\Omega}, \quad c_{35} = k_\Omega k_i k_s \end{aligned}$$

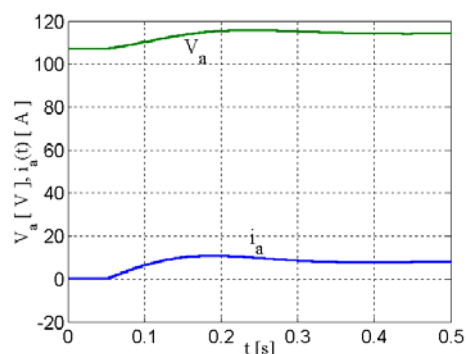
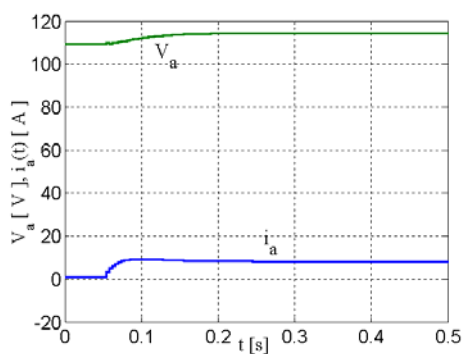
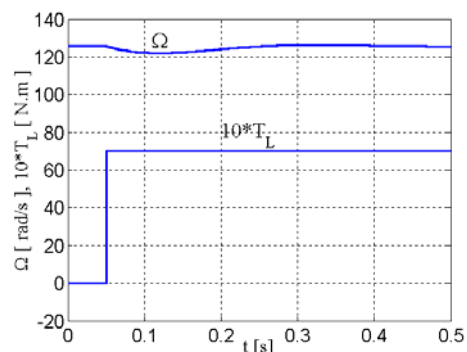
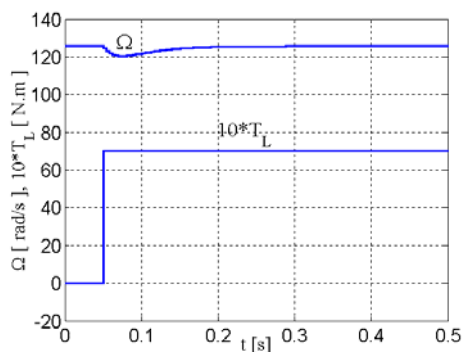
Dane przyjęte do obliczeń:

- Dane znamionowe silnika: $U_n = 107 \text{ V}$, $T_{Ln} = 7,4 \text{ N} \cdot \text{m}$, $I_{an} = 8,7 \text{ A}$,
 $\Omega_n = 125 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $R_a = 0,93 \Omega$, $L_a = 4,185 \text{ mH}$, $k_e = 0,85 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$,
 $k_t = 0,85 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$, $J = 0,012 \dots 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
- Dane sterownika: $k_s = 12$.
- Dane pętli regulacji prądu: $k_i = 4,31$, $T_i = 1,12 \text{ ms}$, $k_{if} = 0,333 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$.
- Dane pętli regulacji prędkości obrotowej: $k_\Omega = 4,31$, $T_\Omega = 1,12 \text{ ms}$,
 $k_{\Omega f} = 0,333 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$, $T_r = 0,22 \text{ ms}$.



$$V_r = 0,5 \text{ V}, \quad T_L = 0, \quad J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

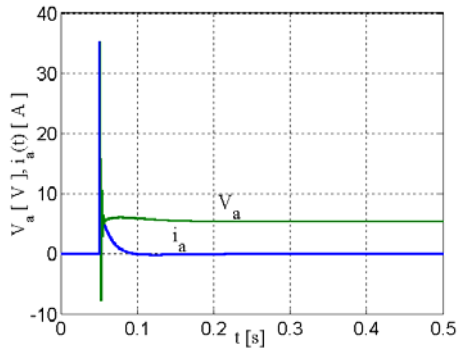
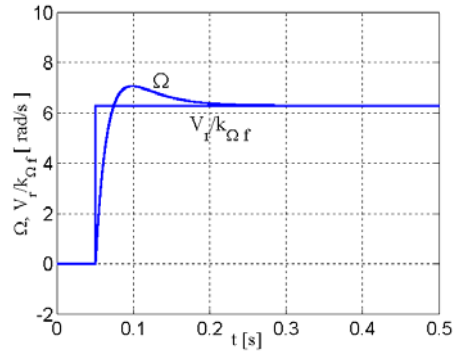
$$V_r = 0,5 \text{ V}, \quad T_L = 0, \quad J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



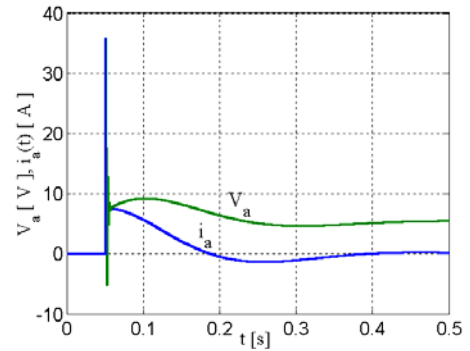
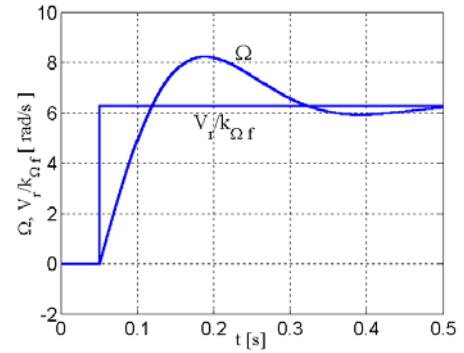
$$V_r = 10 \text{ V}, \quad T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$V_r = 10 \text{ V}, \quad T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

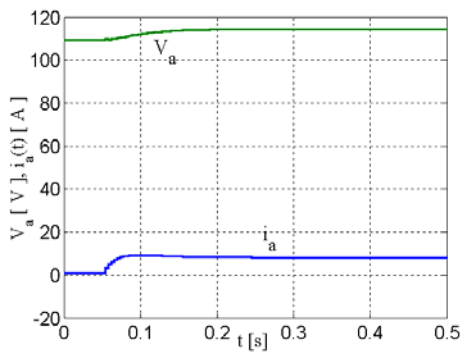
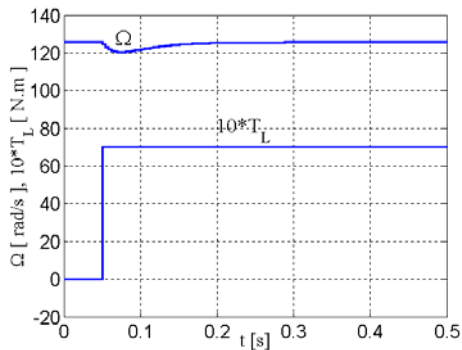
Rys.3. Przebiegi sygnałów wyjściowych układu z rys.2 przy zastosowaniu falek Haara dla stopnia rozwinięcia $m = 128$.



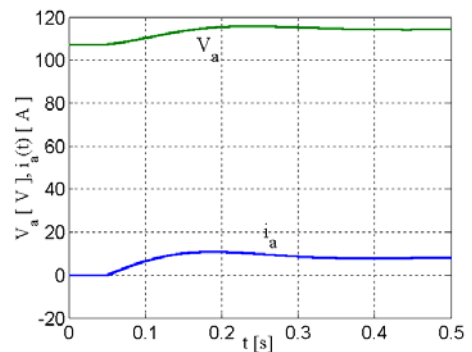
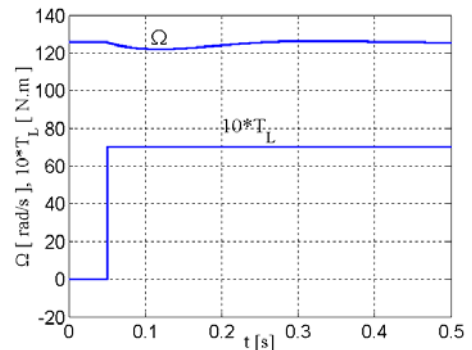
$$V_r = 0,5 \text{ V}, \quad T_L = 0, \quad J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



$$V_r = 0,5 \text{ V}, \quad T_L = 0, \quad J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

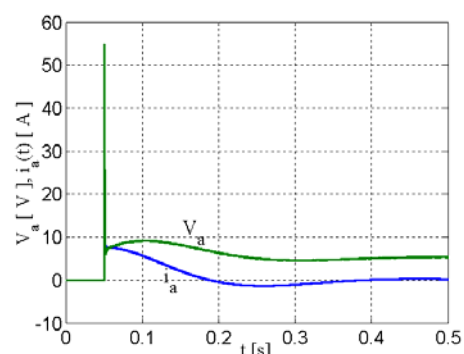
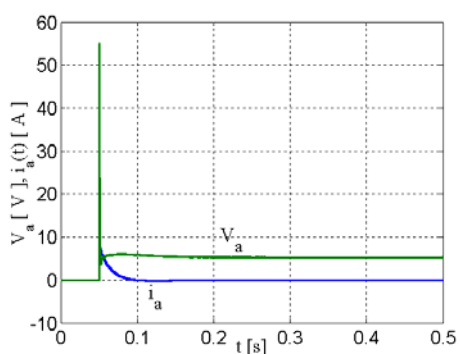
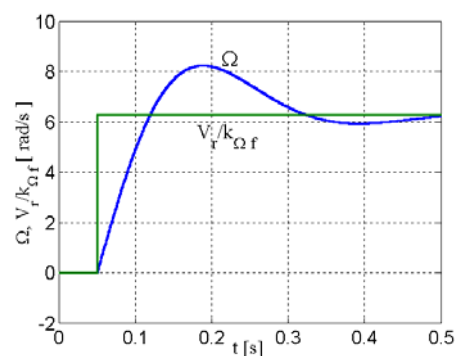
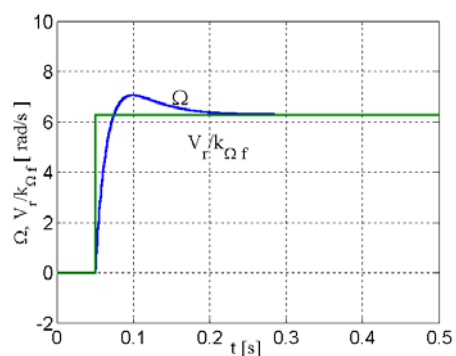


$$V_r = 10 \text{ V}, \quad T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



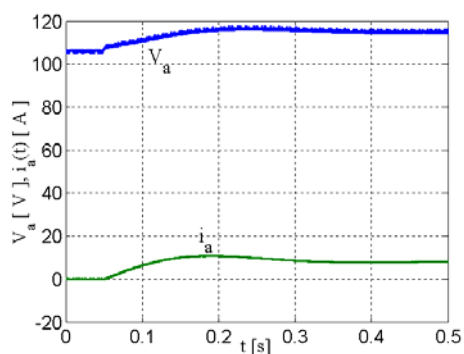
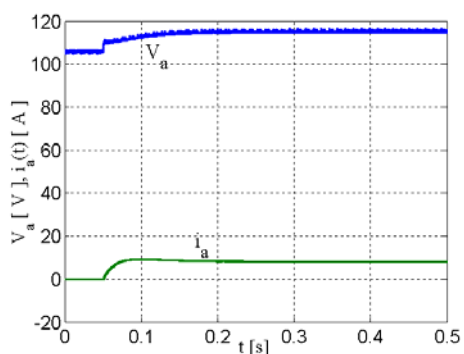
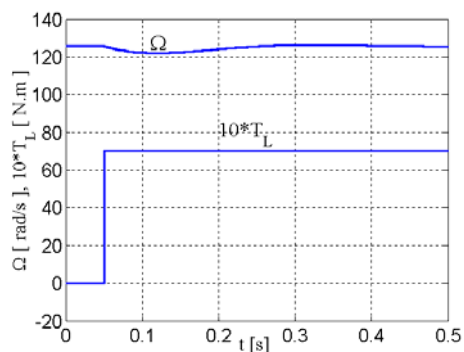
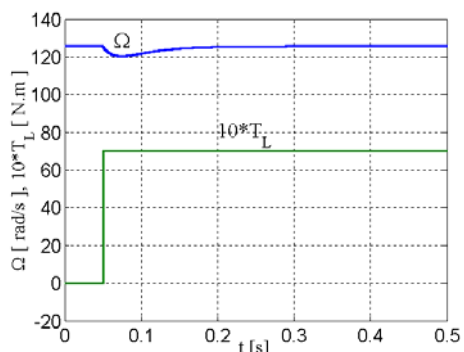
$$V_r = 10 \text{ V}, \quad T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Rys.4. Przebiegi sygnałów wyjściowych układu z rys.2 przy zastosowaniu falek Haara dla stopnia rozwinięcia $m = 256$.



$$V_r = 0.5 \text{ V}, \quad T_L = 0, \quad J = 0.012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$V_r = 0.5 \text{ V}, \quad T_L = 0, \quad J = 0.06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



$$V_r = 10 \text{ V}, \quad T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad J = 0.012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$V_r = 10 \text{ V}, \quad T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad J = 0.06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Rys.5. Symulacja przebiegów wyjściowych układu z rys.2 za pomocą programu Simulink.

Posługując się metodą rozkładu [2] sygnału wejściowego na falki Haara przeprowadzono analizę układu z rys.2 dla dwóch stopni rozwinięcia ($m=128$ i $m=256$) (rys.3, 4), przy różnych wartościach obciążenia momentu bezwładności ($J=0.012 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ i $J=0.06 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$) oraz przy różnych sygnałach wejściowych (skoku sygnału zadającego $V_r=0,5 \text{ V}$ oraz skoku sygnału obciążenia $T_L=7 \text{ N}\cdot\text{m}$ przy stałym sygnale zadającym $V_r=10 \text{ V}$). Dla porównania pokazano przebiegi analogowe symulowane za pomocą programu Simulink (rys.5). Można zauważyć, że przy stopniu rozwinięcia $m=256$ wyniki są niemal identyczne z wynikami analogowymi (rys.5), stwierdzono natomiast, że przy $m<128$ otrzymane wyniki zbyt daleko odbiegają od wyników przedstawionych na rys.5.

3. OPTIMALIZACJA UKŁADU NAPĘDOWEGO PRĄDU STAŁEGO PRZY WYKORZYSTANIU FALEK HAARA

Metoda rozkładu na falki Haara pozwala również na wyznaczenie sterowania optymalnego układu (rys.6) przy kwadratowym wskaźniku jakości:

$$Q = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt \quad (15)$$

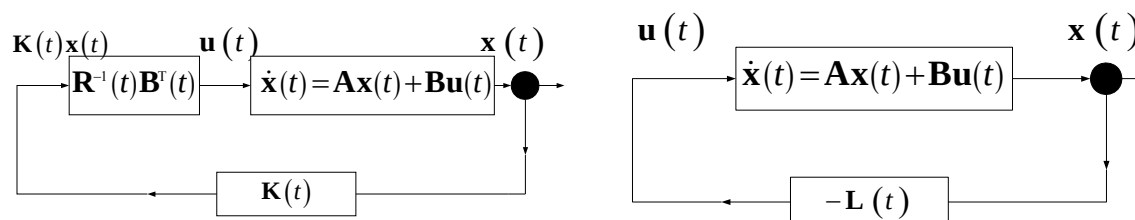
gdzie

$\mathbf{P}$, $\mathbf{R}$ – macierze kwadratowe o wymiarach zależnych od długości wektora stanu $\mathbf{x}(t)$ i wektora sterowań $\mathbf{u}(t)$,

przy czym:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{v}(t) = -\mathbf{L}(t) \mathbf{x}(t) \quad (16)$$

Przy wyznaczaniu wektora współczynników $\mathbf{L}(t)$ posłużono się opisem układu za pomocą macierzy podstawowej (transmisyjnej) [3, 5], co pozwala na zastosowanie falek Haara w sposób analogiczny, jak przy analizie układu dynamicznego.

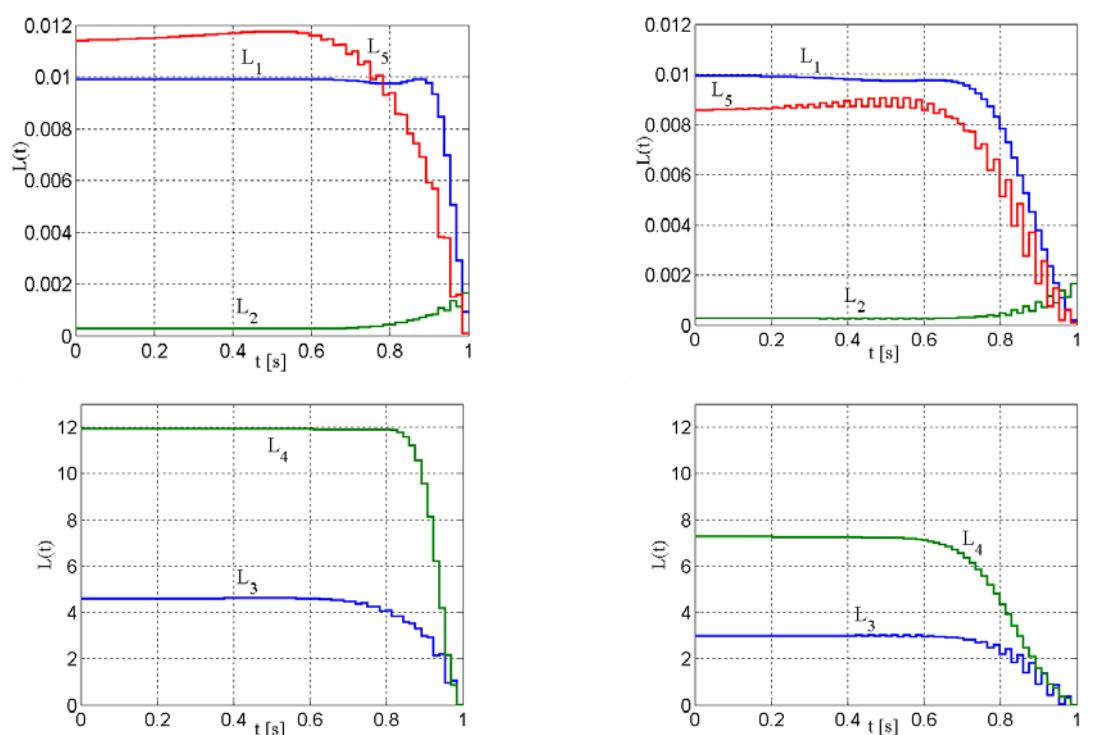


Rys.6. Równoważne schematy blokowe sterowania optymalnego układu liniowego przy kwadratowym wskaźniku jakości.

Założmy, że chcemy w optymalny sposób przeprowadzić układ (rys.2) od wartości znamionowych ($\Omega = 125 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $i_a = 8,7 \text{ A}$) do wartości zerowych. W opisie układu (13, 14) zakłada się $k_{if} = 0$, a zamiast tego wprowadza się współczynnik sprzężenia zwrotnego $L(t)$ (rys.6). Optymalizację przeprowadzono dla macierzy:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,001 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = [10]$$

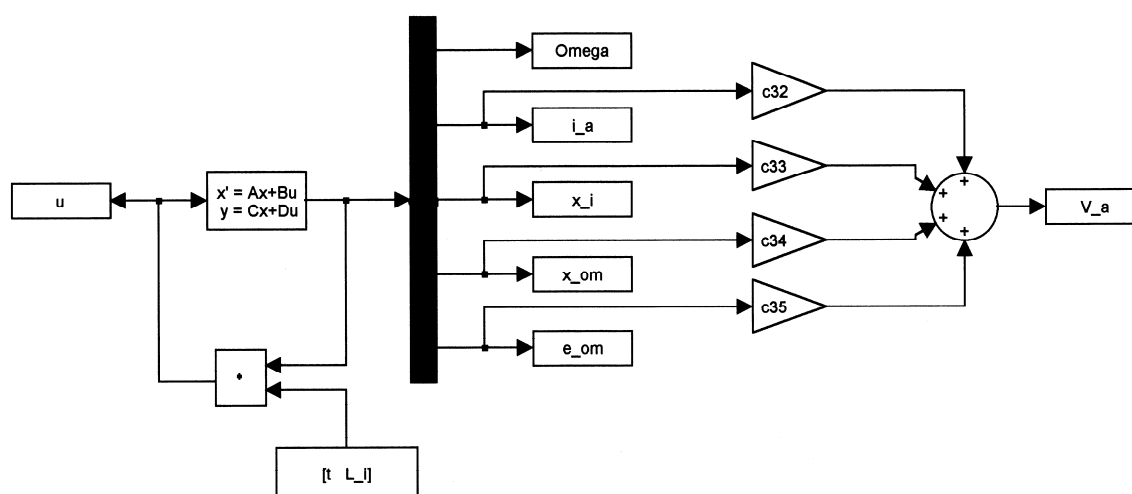
Współczynniki $L_i(t)$ odpowiadają sprzężeniom od kolejnych zmiennych stanu (13). Dla współczynników z rys.7 znaleziono optymalne przebiegi sygnałów wyjściowych (rys.9). Symulację przeprowadzono za pomocą programu Simulink dla układu z rys.8.



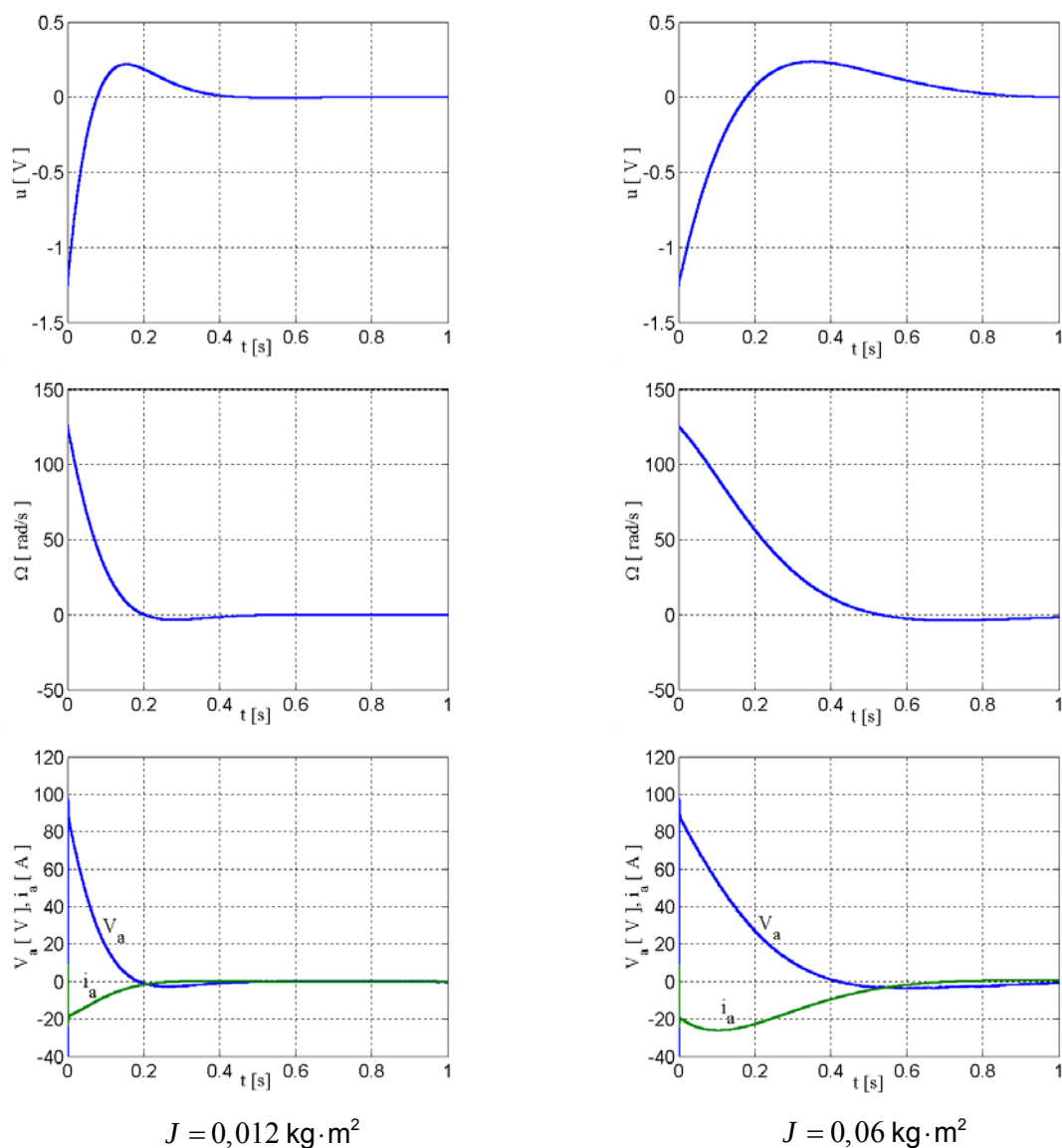
$$J = 0.012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J = 0.06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Rys.7. Optymalne współczynniki wzmacnienia dla $m = 64$.



Rys.8. Schemat układu z rys.2 przy optymalnych współczynnikach sprzężenia zwrotnego przedstawiony w notacji Simulinka.



Rys.9. Przebiegi sygnału sterującego i sygnałów wyjściowych układu z rys.2 przy optymalnych współczynnikach sprzężenia zwrotnego. Symulację przeprowadzono za pomocą programu Simulink.

4. UWAGI i WNIOSKI

Stosowanie falek Haara do rozwiązywania problemów analizy i optymalizacji układów dynamicznych może być atrakcyjnym narzędziem wszędzie tam,

gdzie istotna jest szybkość obliczeń. Szybkość obliczeń uzyskuje się dzięki dużej liczbie zer występujących w rozwinięciu funkcji (9, 10); dla przykładu autorzy prac [2, 3] podają, że zastosowanie transformaty Haara dla przy stopniu rozwinięcia $m=256$ zmniejsza czas obliczeń ok. 16-krotnie w stosunku do czasu obliczeń przy zastosowaniu szybkiej transformaty Fouriera i ok. 8-krotnie w stosunku do transformaty Walsha [11].

Rozkład funkcji na falki Haara pociąga za sobą jednak pewne niedogodności, z których należy sobie zdawać sprawę. Zwrócono na nie uwagę już w pracach [6, 7]. Występują one szczególnie przy rozwiązywaniu problemu optymalizacji. W rozpatrywanym przykładzie przy różnym stopniu rozwinięcia (różnym parametrze m) otrzymano prawidłowe wyniki tylko w pewnym zakresie zmian czasu symulacji t_f (tabela 2). Problemy te wynikają ze specyfiki funkcji, które w procedurach²⁾ obliczania odpowiedzi układu, opisanych w [3] prowadzą do odwracania macierzy bliskich macierzom osobliwym. Również przy zbyt małym stopniu rozwinięcia uzyskuje się czasem wyniki odległe od prawidłowych.

Wydaje się, że przy stosowaniu falek Haara do analizy i optymalizacji różnych układów każdy przypadek należy rozpatrywać osobno i trudno podać tu jakieś ogólne reguły.

TABELA 2

Zakres zmian czasu symulacji t_f , przy którym otrzymano prawidłowe wyniki dla danego stopnia rozwinięcia m .

m	Zakres zmian t_f
8	0,1...4,5 s
16	0,1...4,1 s
32	0,2...3,3 s
64	0,4...3,2 s
128	1,8...3,0 s
>128	Wyniki nieprawidłowe

Należy tu jeszcze wspomnieć o doborze elementów macierzy $\mathbf{P}$ i $\mathbf{R}$. Tu również nie ma ogólnych reguł. Dobór przeprowadza się metodą prób i błędów zwracając uwagę na to, aby sygnały sterujące i wyjściowe nie przekraczały wartości dopuszczalnych.

²⁾ Autorem procedur napisanych w programie Matlab jest mgr inż. Paweł Adamczyk.

LITERATURA

1. Białasiewicz J.T.: Falki i aproksymacje. WNT, Warszawa, 2000.
2. Chen C.F., Hsiao C.H.: Haar wavelet method for solving lumped and distributed-parameter systems. IEE Proc.-Control Theory Appl. vol.144, no.1 Jan. 1997, pp.87-94.
3. Chen C.F., Hsiao C.H.: Wavelet approach to optimising dynamic systems. IEE Proc.-Control Theory Appl. vol.146, no.2, March 1999, pp.213-219.
4. Haar A.: Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme. Mathematische Annalen, Leipzig, 1910, pp.331-371.
5. Kaczorek T.: Teoria układów regulacji automatycznej. WNT, Warszawa, 1974.
6. Kosicka M., Adamczyk P.: Falki Haara w liniowych układach dynamicznych, Prace Instytutu Elektrotechniki, z.211, 2002, str.147-166.
7. Kosicka M., Adamczyk P.: Zastosowanie falek Haara do analizy i optymalizacji liniowych układów dynamicznych, referat na XXV Konferencję IC-SPETO, GLIWICE-BESKID ŚLĄSKI, 22-25.V.2002, str.341-344.
8. Nieniewski M., Kosicka M.: A simplified simulation of the dc motor with adaptive model following control. Prace Instytutu Elektrotechniki, z.179, 1994, str.5-31.
9. Nieniewski M., Kosicka M.: Systemy adaptacyjne w napędach i robotyce: cyfrowy symulator napędu prądu stałego ze śledzeniem modelu, PIAP, Projekty badawcze – granty w dziedzinie robotyki, Warszawa, 1994, str.74-84.
10. Nieniewski M., Kosicka M.: Analysis of the dynamics of the adaptive model following control of the speed of the dc motor, Modelling, Measurement and Control, vol.66, no.1, 2, 1996, pp.51-69.
11. Wajs K.: Funkcje Walsha i ich zastosowanie w elektrotechnice. Przegląd Elektrotechniczny, z.11, 1976, str.413-418.

Rękopis dostarczono, dnia 19.03.2002 r.

Opiniował: prof. dr hab. inż. Krystyn Pawluk

ANALYSIS AND OPTIMISATION OF THE CONTROL
SYSTEM OF DC MOTOR USING HAAR WAVELETS

M. KOSICKA

SUMMARY

The paper presents a method of analysis and optimisation of lumped-parameter systems by means of the Haar wavelets. This method applied to the typical control-speed system of the d.c. motor. Advantages and disadvantages of this method are discussed.



Mgr inż. Maria Kosicka urodziła się w 1944 roku w Warszawie. Ukończyła studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej w 1968 roku w specjalności automatyka przemysłowa. W tym samym roku rozpoczęła pracę w Instytucie Elektrotechniki, początkowo w Zakładzie Zastosowań Przemysłowych Układów Regulacji (obecnie Zakład Napędów Obrabiarkowych), a od 1978 roku w Zakładzie Badań Podstawowych Elektrotechniki. Zajmowała się problemami automatyki napędu elektrycznego, teorią regulacji, przetwarzaniem obrazów, a obecnie zagadnieniami dotyczącymi zastosowań transformaty falkowej. Jest autorką lub współautorką ponad trzydziestu artykułów i referatów. Dwukrotnie otrzymała nagrodę Dyrektora Instytutu Elektrotechniki za artykuł wyróżniający się wśród drukowanych na łamach „Prac IEL”. Jest członkiem Stowarzyszenia Elektryków Polskich od czasów studenckich.