

Andrzej DEMENKO

ODWZOROWANIE ROZKŁADU UZWOJEŃ PRZETWORNIKÓW ELEKTROMECHANICZNYCH W PRZESTRZENI ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

STRESZCZENIE *W pracy przedstawiono numeryczne formy opisu rozmieszczenia uzwojeń w przetwornikach elektromechanicznych, dostosowane do analizy pola magnetycznego metodą elementów skończonych. Rozpatrzono układy o uzwojeniach wykonanych z cienkich przewodów. Omówiono algorytm wyznaczania macierzy przejścia od wektora prądów w uzwojeniach do wektora źródeł dla ujęć wykorzystujących potencjał skalarny i ujęć wykorzystujących potencjał wektorowy. Pokazano, że macierze te można także wykorzystywać do wyznaczania strumieni skojarzonych z uzwojeniami. Opisano metodę formułowania wymuszeń na podstawie wartości krańcowych potencjału wektorowego dla pola przepływowego prądu. Po zastosowaniu tej metody pole można opisać za pomocą jednego globalnego potencjału skalarnego.*

1. WPROWADZENIE

Od ponad 30 lat w analizie i projektowaniu przetworników elektromechanicznych stosuje się komputerowe metody rozwiązywania równań pola elektromagnetycznego, w tym przede wszystkim metodę elementów skończonych.

Prof. dr hab. inż. Andrzej DEMENKO
e-mail: andrzej.demenko@put.poznan.pl

Politechnika Poznańska,
Instytut Elektrotechniki Przemysłowej
ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań

W ostatnich latach na podstawie tej metody opracowano szereg algorytmów do polowo-obwodowej analizy i syntezy maszyn elektrycznych, elektromagnesów i innych przetworników. Prezentowane w literaturze algorytmy polowej-obwodowo analizy układów z przetwornikami elektromechanicznymi można podzielić na dwie grupy: (a) algorytmy, w których równania pola rozwiązywane są łącznie z równaniami obwodów elektrycznych i równaniami równowagi mechanicznej oraz (b) algorytmy, w których najpierw rozwiązuje się równania pola i na podstawie wyników obliczeń wyznacza się wielkości całkowite, wykorzystywane potem przy rozwiązywaniu klasycznych obwodowych modeli przetworników. W obu grupach algorytmów do podstawowych procedur obliczeniowych zalicza się procedurę generacji wektorów opisujących rozkład źródeł pola magnetycznego oraz procedurę wyznaczania strumieni skojarzonych z uzwojeniami. Wymienione procedury powinny być dostosowane do wykorzystywanej metody opisu pola magnetycznego i do charakteru danych opisujących rozkład uzwojeń w rozpatrywanym przetworniku. W literaturze dotyczącej analizy układów z polem dwuwymiarowym zagadnienia związane z opisem rozkładu uzwojeń nie były szczegółowo rozpatrywane. Dyskusje nad tymi zagadnieniami pojawiły się wraz z pracami poświęconymi nowym ujęciom metody elementów skończonych w analizie układów z polem trójwymiarowym. Zauważono, że dzięki odpowiedniemu opisowi rozkładu źródeł można z powodzeniem stosować metodę potencjału skalarnego do wyznaczania rozkładu pola magnetycznego w obszarach z uzwojeniami i elementami ferromagnetycznym [6, 7]. Nie trzeba przy tym posługiwać się dwoma potencjałami skalarnymi, zredukowanym i globalnym. Specjalne strategie formułowania wymuszeń stosowane są także w metodach potencjału wektorowego, wykorzystujących wielkości krawędziowe. Okazał się, że równania tej metody można z powodzeniem rozwiązywać bez wprowadzania dodatkowych warunków, jak np. warunku $\text{div}A=0$, należy tylko odpowiednio uformować wektor wymuszeń.

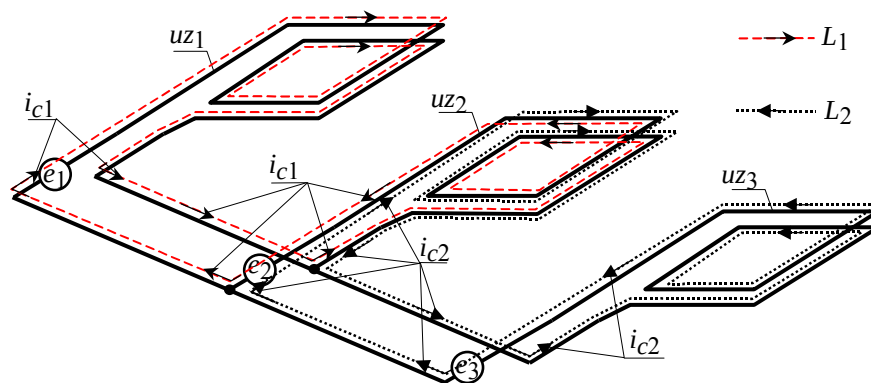
W pracy przedstawiono metody formułowania wektora wymuszeń dla układów z uzwojeniami o cienkich przewodach. Podano sposoby wyznaczania macierzy przejścia od wektora prądów w uzwojeniach do wektora źródeł dla ujęć wykorzystujących potencjał skalarny jak i ujęć wykorzystujących potencjał wektorowy. Pokazano, że macierze te można także wykorzystywać do wyznaczania strumieni skojarzonych z uzwojeniami.

2. OPIS ROZKŁADU UZWOJEŃ

Rozpatrywane są układy z uzwojeniami o cienkich przewodach. Nie uwzględnia się zjawisk związanych z wypieraniem prądu. Przewody są traktowane

jako włókna. W klasycznych obwodowych metodach analizy rozpatrywanych układów najpierw wyznacza się indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń, a następnie rozwiązuje się równania obwodów z tymi indukcyjnościami. Z uwagi na występowanie indukcyjności wzajemnych do analizy obwodów stosuje się metodę prądów oczkowych. Również w polowych metodach przetworników elektromechanicznych wygodnie jest posługiwać się prądami oczkowymi. Na przykład, rozptyw prądów w układzie o uzwojeniach połączonych w gwiazdę bez przewodu zerowego wygodnie jest wyrazić za pomocą dwóch prądów oczkowych - rys.1.

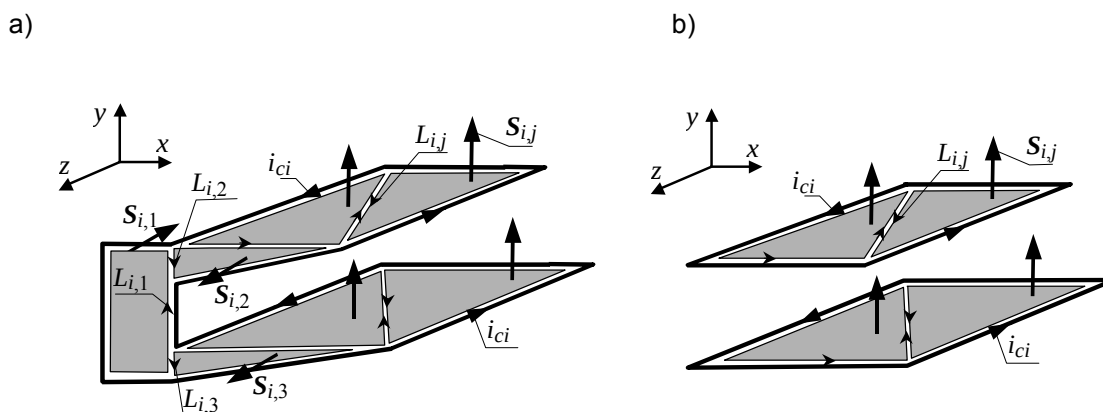
Tory prądów oczkowych są zamkniętymi liniami zorientowanymi (pętlami) L_i , opisanymi równaniami parametrycznymi $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i(t)$. Linie L_i mają zwykle bardzo skomplikowane kształty i w związku z tym równań $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i(t)$ nie można przedstawić w postaci analitycznej. W celu opisu rozkładu uzwojeń korzystnie jest zastąpić pętle L_i układem czworokątnych lub trójkątnych oczek $L_{i,j}$. Na rysunku 2 przedstawiono wielooczkową reprezentację cewki dwuzwojnej, która jest oczkiem L_i rozpatrywanego układu uzwojeń. Po zastąpieniu pętli L_i układem oczek $L_{i,j}$ równanie $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i(t)$ zastępuje się układem równań $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{i,j}(t)$ dla $L_{i,j}$. Równania $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{i,j}(t)$ mają prostą postać i można je przedstawić za pomocą równań trzech (dla oczka trójkątnego) lub czterech (dla oczka prostokątnego) odcinków. W celu wyznaczenia strumienia skojarzonego z uzwojeniami definiuje się zorientowaną powierzchnię S_i pętli L_i .



Rys.1. Układ o dwóch pętlach z prądami oczkowymi i_{c1} , i_{c2} .

W układzie zastępczym, złożonym z oczek $L_{i,j}$, reprezentantem tej powierzchni jest zespół powierzchni $S_{i,j}$ oczek $L_{i,j}$ ($\cup_j S_{i,j} = S_i$) – rys.2a). W rezultacie uzwojenie opisuje się za pomocą zbioru zorientowanych linii zam-

kniętych $L_{i,j}$ o równaniu $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{i,j}(t)$ i zbioru zorientowanych powierzchni $S_{i,j}$, których krawędziami są odcinki linii $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{i,j}(t)$. Opis uzwojenia za pomocą powierzchni zorientowanych będzie dalej nazywany powierzchniowym.



Rys.2. Wielooczkowa reprezentacja pętli dwuzwojowej (a) i uproszczone odwzorowanie tej pętli (b).

Bardzo często w analizie przetworników elektromechanicznych można pominąć strumień przenikający przez niektóre powierzchnie $S_{i,j}$ i w obliczeniach nie rozpatrywać oczek odnoszących się do tych powierzchni. Na przykład, jeśli w układzie na rys.2a) składowa indukcji w kierunku osi z jest pomijalnie mała, to w obliczeniach można nie uwzględniać oczek $L_{i,1}$, $L_{i,2}$, $L_{i,3}$. Po pominięciu tych oczek układ z rys.2a) zastępuje się układem złożonym z dwóch zwojów z prądem i_{ci} – rys 2b). Na podstawie takiej uproszczonej reprezentacji uzwojeń formułuje się funkcje opisujące rozkład przepływu w klasycznych obwodowych metodach wyznaczania indukcji w szczelinie powietrznej maszyn elektrycznej.

W omówionej metodzie uzwojenia zostały opisane za pomocą form geometrycznych, odpowiadających formom, które w nowych ujęciach wykorzystuje się do opisu elementów skończonych. Tymi formami są zorientowane powierzchnie ścianek i zorientowane krawędzie elementów skończonych [1]. Wymienionym formom przyporządkowuje się określone wielkości polowe. Wielkości przyporządkowane krawędziom nazywa się krawędziowymi, a wielkości odnoszące się do ścianek, ściankowymi.

W metodzie skalarne go potencjału magnetycznego korzysta się przede wszystkim z wielkości krawędziowych. Wielkościami tymi są napięcia magnetyczne. W algorytmach obliczeniowych wartości tych wielkości wyraża się za pomocą różnic skalarne go potencjału magnetycznego węzłów. W związku z tym, choć przy formułowaniu równań korzysta się z funkcji interpolacyjnych

elementów krawędziowych, to metodę nazywa się metodą potencjałów węzłowych.

W nowych ujęciach metody potencjału wektorowego wykorzystuje się wielkości ściankowe. Tymi wielkościami są strumienie przenikające przez ścianki. Posłużwszy się językiem teorii obwodów strumienie przenikające przez ścianki można nazwać strumieniami gałęziowymi. W algorytmach obliczeniowych strumienie gałęziowe wyraża się za pomocą strumieni oczkowych [2, 4]. Reprezentantami tych strumieni są wielkości krawędziowe wektorowego potencjału magnetycznego A , tj. zorientowane całki liniowe z A wzdłuż krawędzi elementó. Z tego powodu metodę nazywa się metodą elementó krawędziowych, choć równania formułuje się na podstawie funkcji interpolacyjnych elementó ściankowych.

Z powyższych wyjaśnień wynika, że mówiąc o formułowaniu równań w przestrzeni elementó krawędziowych ma się na myśli formułowanie równań opisujących rozkład skalarneo potencjału magnetycznego, a pisząc o zagadnieniach brzegowych formułowanych w przestrzeni elementó ściankowych ma się na myśli zagadnienia opisane za pomocą wartości krawędziowych potencjału A .

3. OPIS UZWOJEŃ W PRZESTRZENI ELEMENTÓW ŚCIANKOWYCH

Rozpatrzono sformułowanie wykorzystujące do opisu pola magnetycznego krawędziowe wartości potencjał wektorowy A . Równania opisujące te wartości można zapisać w następującej formie macierzowej:

$$k_e^T S k_e \phi = \theta \quad (1)$$

W powyższym równaniu ϕ jest wektorem krawędziowych wartości potencjału A , a więc wektorem strumieni oczkowych wokół krawędzi elementó [2, 4], S jest macierzą reluktancji przyporządkowanych ściankom elementó. Macierz k_e transponuje wartości krawędziowe potencjału A w strumienie ϕ przenikające przez ścianki, $\phi = k_s \phi$. W przestrzeni elementó ściankowych wektor θ prawej strony równania (1) wyraża się za pomocą ściankowych wartości wektora J gęstości prądu. Uwzględnia się przy tym, że

$$\theta = N_e \mathbf{i}_s \quad (2)$$

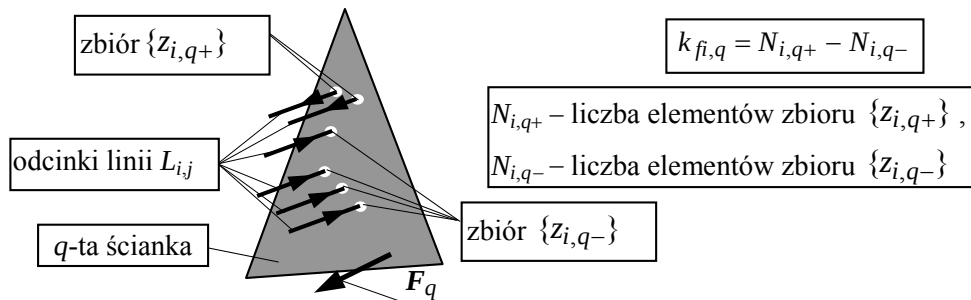
gdzie $\mathbf{i}_s$ jest wektorem ściankowych wartości gęstości J , tj. wektorem wartości przepływów przyporządkowanych ściankom, a N_e jest macierzą transponującą przepływy przyporządkowane ściankom w przepływy przyporządkowane krawędziom.

Równanie (1) można rozpatrywać jako macierzową formę zapisu równań oczkowych dla siatki reluktancyjnej, której reluktancje gałęziowe opisuje macierz S . Oczkowe siły magnetomotoryczne tej siatki odpowiadają przepływowi θ przyporządkowanym krawędziom [2].

Występujący w zależności (2) wektor $\mathbf{i}_s$ wyraża się za pomocą prądów i_c w oczkach układu uzwojeń. Korzysta się z relacji,

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{k}_f \mathbf{i}_c \quad (3)$$

w której $\mathbf{k}_f$ jest macierzą strukturalną opisującą rozkład uzwojeń w przestrzeni elementów ściankowych. Wyraz $k_{fi,q}$ i -tej kolumny i q -tego wiersza tej macierzy odpowiada liczbie przewodów oczka z prądem i_{ci} przechodzących przez q -tą ściankę układu elementów skończonych – rys.3. W celu wyznaczenia tej liczby korzysta się z odwzorowania uzwojeń za pomocą zorientowanych linii zamkniętych $L_{i,j}$, opisanych równaniami $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{i,j}(t)$. Tworzy się dwa zbiory punktów przecięcia q -tej ścianki z liniami $L_{i,j}$: (a) zbiór $\{z_{i,q+}\}$ zawierający punkty przecięcia, w których iloczyn skalarny wektora $\mathbf{F}_q$ ścianki i wektora $\mathbf{r}_{i,j}(t)$ linii jest dodatni oraz (b) zbiór $\{z_{i,q-}\}$ zawierający punkty, w których ten iloczyn jest ujemny. Wyraz $k_{fi,q}$ otrzymuje się odejmując od liczby elementów zbioru $\{z_{i,q+}\}$ liczbę elementów zbioru $\{z_{i,q-}\}$ – rys.3.



Rys.3. Fragmenty linii odwzorowujących uzwojenie, przecinające q -tą ściankę.

Macierz k_f można wykorzystać do wyznaczania strumieni skojarzonych z pętłami L_i uzwojeń. Wektor Ψ tych strumieni znajduje się z zależności $\Psi = k_f^T N_e^T \Phi$, która jest numeryczną formą zapisu całek $\int A dI$ wzdłuż linii L_i . Dzięki temu przedstawiony opis jest bardzo przydatny w polowo-obwodowej analizie przetworników elektromechanicznych.

4. OPIS UZWOJEŃ W PRZESTRZENI ELEMENTÓW KRAWĘDZIOWYCH

Rozpatrzono sformułowanie wykorzystujące do opisu pola magnetycznego węzłowe wartości potencjału skalarnego Ω . Równania opisujące te wartości zapisano w następującej formie macierzowej:

$$k_n^T \Lambda k_n \Omega = -k_n^T \Lambda i_m \quad (4)$$

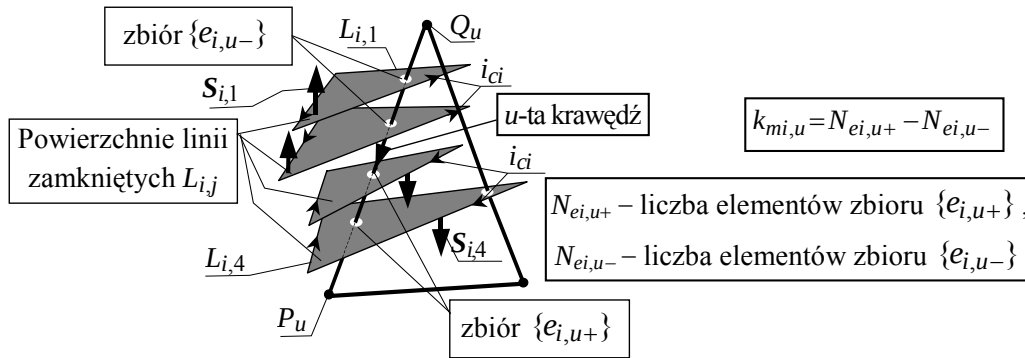
W powyższym równaniu Ω jest wektorem węzłowych wartości potencjału Ω , a Λ jest macierzą permeancji przyporządkowanych krawędziom elementów. Macierz k_n transponuje potencjały węzłowe w krawędziowe wartości $grad\Omega$ i można ją rozpatrywać jako numerycznego reprezentanta operatora $grad$. Wektor i_m opisuje wymuszenia, które określa się na podstawie krawędziowych wartości wektorowego potencjału elektrycznego T ($rot T = J$) dla prądów uzwojeń [4]. Wektor i_m można wyrazić za pomocą iloczynu

$$i_m = k_m i_c \quad (5)$$

w którym k_m jest macierzą strukturalną opisującą uzwojenie w przestrzeni elementów krawędziowych. Wyraz $k_{mi,u}$ i -tej kolumny i u -tego wiersza tej macierzy odpowiada liczbie oczek z prądem i_{ci} otaczających u -tą krawędź siatki dyskretyzacyjnej. Liczbę tę można wyznaczyć na podstawie liczby punktów przecięcia u -tej krawędzi z powierzchniami $S_{i,j}$ zamkniętych linii $L_{i,j}$ (rys.4). Formuje się dwa zbiory punktów przecięcia: (a) zbiór $\{e_{i,u+}\}$ zawierający punkty, w których iloczyn skalarny wektora $S_{i,j}$ i wektora u -tej krawędzi jest dodatni oraz (b) zbiór $\{e_{i,u-}\}$ zawierający punkty, w których wymieniony wyżej iloczyn

jest ujemny. Wyraz $k_{mi,u}$ znajduje się odejmując od liczby elementów zbioru $\{e_{i,u+}\}$ liczbę elementów zbioru $\{e_{i,u-}\}$ – rys.4.

Macierz k_m można wykorzystać do wyznaczania strumieni skojarzonych z pętlami L_i uzwojeń. W tym celu należy najpierw rozwiązać równanie macierzowe (4) i obliczyć strumienie Φ przyporządkowane krawędziom siatki dyskretyzującej. Wektor tych strumieni otrzymuje się z zależności $\Phi = \Lambda(k_n \Omega + i_m)$. Następnie mnoży się wektor Φ przez transponowaną macierz k_m , $\Psi = k_m^T \Phi$.



Rys.4. Linie zamknięte odwzorowujące uzwojenie w otoczeniu u -tej krawędzi.

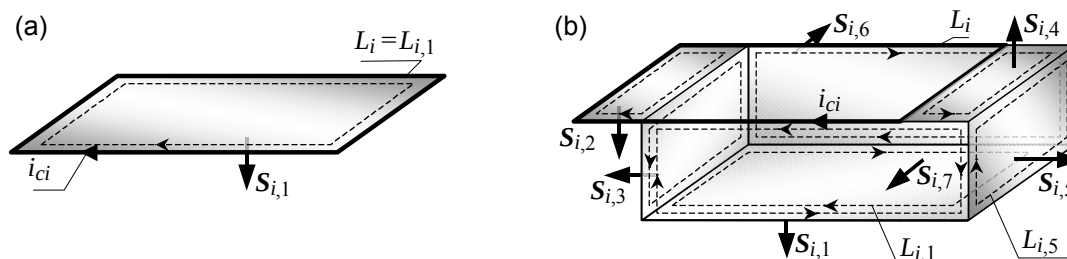
Macierzą k_m można także posługiwać się przy formułowaniu prawej strony równań (1) opisujących rozkład krawędziowych wartości potencjału A i przy wyznaczaniu na podstawie tych wartości strumieni skojarzonych z uzwojeniami. Należy przy tym uwzględnić, że

$$\theta = k_e^T N_e^T k_m i_c \quad (6a)$$

$$\Psi = k_m^T N_e k_e \phi \quad (6b)$$

Opis rozkładu uzwojeń w przestrzeni elementów krawędziowych jest więc uniwersalny. Na jego podstawie można wyznaczyć wektor wymuszeń i obliczyć strumienie skojarzone zarówno dla ujęć wykorzystujących potencjał skalarny jak i potencjał wektorowy. Charakterystyczną cechą tego opisu jest niejednoznaczność. Zadanie podziału pętli L_i na oczka $S_{i,j}$ nie ma jednoznacznego rozwiązania. Na przykład, pokazany na rys.5 prostokątny zwój może być reprezentowany przez jedną prostokątną powierzchnię o linii brzegowej L_i

(rys.5a) lub przez zespół kilku powierzchni o liniach brzegowych $L_{i,j}$, tak jak na rysunku 5b).



Rys.5. Powierzchniowa reprezentacja zwoju prostokątnego, (a) zwój reprezentowany przez jedną powierzchnię i (b) przez 7 powierzchni.

Pomimo, że dla każdej z pokazanych na rysunku 5 reprezentacji zwoju otrzymuje się inną macierz k_m , to wyniki obliczeń rozkładu pola dla obu reprezentacji są takie same. Można to wyjaśnić na gruncie teorii ekwiwalentnych modeli obwodowych. Należy przy tym uwzględnić, że zadania analizy pola magnetycznego metodą elementów skończonych można rozpatrywać jako zadania analizy obwodów magnetycznych, o zadanych oczkowych siłach magnetomotorycznych. Wektor i_m wyznaczony na podstawie iloczynu $k_m i_c$ opisuje siły magnetomotoryczne gałęziowe. Zadania wyznaczania tego wektora jest niejednoznaczne, bo niejednoznaczne jest zadanie poszukiwania sił magnetomotorycznych gałęziowych na podstawie zadanego rozkładu sił oczkowych. Dla podanych na rys.5 reprezentacji zwoju otrzymuje się różne rozkłady sił magnetomotorycznych gałęziowych, przy jednakowych rozkładach sił oczkowych.

Opisem uzwojenia w przestrzeni elementów krawędziowych korzystnie jest posługiwać się w badaniach zmierzających do wyznaczenie strumieni rozproszonych i skojarzonych. Pętlę reprezentującą dane uzwojenie można bowiem zastąpić zbiorem pętli przyporządkowanych innym uzwojeniom i pętli obejmujących powierzchnie, przez które przenika strumień rozproszenia. Poszukiwane strumienie wyznacza się na podstawie podmacierzy macierz k_m , odnoszących się do pętli.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawione metody opisu uzwojeń w przestrzeni elementów skończonych z powodzeniem zastosowano do obliczania zastępczych indukcyjności uzwojeń [5]. Metody wykorzystano także w polowo-obwodowej analizie bezszczotkowego silnika magnetoelektrycznego [3].

Omówiony w rozdziale 3 algorytm opisu uzwojeń w przestrzeni elementów ściankowych jest prostszy od przedstawionego w rozdziale 4 algorytmu opisu uzwojeń w przestrzeni elementów krawędziowych. Zaletą opisu podanego w rozdziale 4 jest większa uniwersalność. Można go stosować w metodach potencjału wektorowego i skalarnego. Dzięki płaszczyznowej reprezentacji uzwojeń rozkład pola w całym rozpatrywanym obszarze można opisać za pomocą jednego potencjału skalarnego, co jest bardzo ważną zaletą metody.

Porównując oba przedstawione opisy uzwojeń należy uwzględnić nie tylko czasochłonność algorytmu formułowania macierzy strukturalnych, ale także i czasochłonność rozwiązywania równań metody elementów skończonych. Algorytm tworzenia macierzy opisującej rozkład uzwojeń w przestrzeni elementów ściankowych jest wprawdzie mniej czasochłonny od algorytmu omówionego w rozdziale 4, ale dotyczy tylko ujęć wykorzystujących potencjał wektorowy, a więc ujęć wymagających rozwiązywania układu równań o znacznie większej liczbie niewiadomych w porównaniu z liczbą niewiadomych w równaniach metody potencjału skalarnego.

LITERATURA

1. Bossavit A.: *Computational Electromagnetism, Variational Formulations, Complementarity, Edge Elements*, San Diego Academic Press, 1998.
2. Demenko A., Nowak L., Szelaż W.: *Reluctance network formed by means of edge element method*, IEEE Trans. Magn., 1998, Vol. 34, No. 5.
3. Demenko A.: *3D edge element analysis of permanent magnet motor dynamics*, IEEE Trans. Magn., 1998, Vol. 34, No. 5.
4. Demenko A.: *Polowe metody analizy maszyn elektrycznych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka, 2001, zeszyt 176.
5. Demenko A., Nowak L., Pietrowski W.: *Calculation of end-turn leakage inductances of electrical machines using the edge element method*, COMPEL, 2001, Vol. 20, No. 1.
6. Le Menach Y, Clenete S, and Piriou F.: *Determination and utilization of the source field in 3D magnetostatic problems*, IEEE Trans. Magn., 1998, Vol. 34, No. 5.
7. Webb J, P., Forghani B.: *A single scalar potential method for 3D magnetostatics using edge elements*, IEEE Trans. Magn., 1989, Vol. 25, No. 5.

Rękopis dostarczono, dnia 21.10.2002 r.

Opiniował: Maria Dems, Marian Łukaniszyn

DESCRIPTION OF WINDING IN THE 3D FINITE ELEMENT ANALYSIS OF ELECTROMECHANICAL CONVERTERS

Andrzej DEMENKO¹⁾

ABSTRACT *The FE methods of 3D magnetic field calculation in electromechanical energy converters are discussed. The nodal element method using scalar magnetic potential Ω and the edge element method using magnetic vector potential A are considered. The equations that describe the edge values of A and nodal values of Ω have been written in the matrix forms (1), (4). The systems with stranded conductors are analyzed. Special attention is paid to the calculation of matrices that describe winding distribution in the edge element space – matrix k_f in (2) – and in the facet element space – matrix k_m in (5). These matrices transform winding currents into magnetic field sources and are used in the calculations of flux linkages Ψ with windings.*

In the presented methods the circuits with windings are represented by loops with loop currents i_{ci} . Figure 1 shows a system composed of 2 loops. The loops are represented by closed oriented curves L_i in 3D. Thus, the winding distribution can be defined by the parametric equations of oriented curves, $r = r_i(t)$. For a real winding these equations have a very complicated form. Therefore, the author of this paper suggests each curve L_i be replaced by a set of m_i closed plane curves $L_{i,j}$ ($j = 1, 2, \dots, m_i$), e.g. by triangles or parallelograms – see Figs 2, 3, 4. In order to find the flux linkage with the loop we also define the oriented surfaces $S_{i,j}$ of boundary $L_{i,j}$. As a result the winding has been defined by a set of closed oriented plane curves $r = r_{i,j}(t)$ and by plane oriented open surfaces $S_{i,j}$. The points of intersection of the element facets with curves $r = r_{i,j}(t)$ are determined in order to find the matrix k_f that describe the winding in the facet element space (Fig.3). The matrix k_m that describes the winding in the edge element space is calculated on the basis of the intersection points of element edges with loop surfaces $S_{i,j}$ (Fig.4). The matrix k_m is not unique (the set of surfaces $S_{i,j}$ with the total boundary L_i is not unique), e.g. the single turn may be represented by surface as in Fig.5a or by the set of surfaces as in Fig.5b. However, the results of flux density calculation are independent of the choice of $S_{i,j}$. The proposed method of matrix

¹⁾ Prof., D.Sc., Poznań University of Technology, Institute of Industrial Electrical Engineering, ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań, tel. +48 61 665 2126, fax. +48 61 665 2381, e-mail: andrzej.demenko@put.poznan.pl

k_m calculation can be applied in the analysis of magnetic field using single scalar potential. The method is not so complicated as the methods presented in [6, 7].

The proposed methods have been successfully applied for the calculations of the winding inductances [5]. The methods have also been used in the 3D field-circuit analysis of permanent magnet motor drive [3].